



Titre: Segmentation automatique d'image pour le suivi des cicatrices
suite à une chirurgie de la scoliose

Auteur: Thomas Hurtut

Date: 2003

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Hurtut, T. (2003). Segmentation automatique d'image pour le suivi des cicatrices
suite à une chirurgie de la scoliose [Master's thesis, École Polytechnique de
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/7125/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/7125/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:**
Advisors:

Programme: Unspecified
Program:

**In compliance with the
Canadian Privacy Legislation
some supporting forms
may have been removed from
this dissertation.**

**While these forms may be included
in the document page count,
their removal does not represent
any loss of content from the dissertation.**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SEGMENTATION AUTOMATIQUE D'IMAGE
POUR LE SUIVI DES CICATRICES SUITE
À UNE CHIRURGIE DE LA SCOLIOSE

THOMAS HURTUT
DÉPARTEMENT DE GÉNIE INFORMATIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)
(GÉNIE ELECTRIQUE)
JUIN 2003



National Library
of Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

Acquisitiions et
services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

ISBN: 0-612-86402-2

Our file Notre référence

ISBN: 0-612-86402-2

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

SEGMENTATION AUTOMATIQUE D'IMAGE
POUR LE SUIVI DES CICATRICES SUITE
À UNE CHIRURGIE DE LA SCOLIOSE

présenté par: HURTUT Thomas

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. ROY Robert, Ph.D., président

Mme. CHERIET Farida, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. DANSEREAU Jean, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. MATHIEU Pierre, Ph.D., membre

À ma famille

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mes directeurs, le Dr Farida Chériet, professeure agrégée au département de génie informatique de l'École Polytechnique de Montréal, et le Dr Jean Dansereau, professeur titulaire au département de génie mécanique et directeur des études supérieures et de l'encadrement de l'École Polytechnique de Montréal, pour m'avoir confié ce projet et encadré durant la durée de cette maîtrise.

Je souhaite également remercier Julie Joncas pour son apport clinique et l'intérêt porté à ce projet.

Je tiens à remercier également l'École Supérieure d'Électricité en France pour l'opportunité de cet échange inter-universitaire.

Un grand merci à ma mère et mes soeurs pour leur soutien et leur présence, et à mon père pour son appui. Un merci particulier à Farida pour son écoute, sa gentillesse, sa disponibilité et son engagement. De même, mes pensées vont aussi vers Sandrine pour tout le bonheur et le soutien offert durant mon séjour ici. Je ne peux pas non plus oublier Math xFriend le seul et unique, pour tout ce que nous nous sommes apporté mutuellement depuis le début. Enfin, dédicace spéciale à Mamie Pouchotte, car "ça fait plaisir!".

RÉSUMÉ

Dans le domaine du traitement d'images et de la vision (simulation des qualités du système composé des yeux et du cerveau), la segmentation est un champ de recherche extrêmement actif. La segmentation automatique d'images consiste à décomposer la scène représentée en différents éléments selon le sens donné par l'oeil humain. Par exemple, sur une image de surveillance routière, être capable d'isoler et identifier automatiquement les plaques d'immatriculation des véhicules est une application courante. Une des approches de la segmentation est la détection des contours des objets, car il est admis que les contours et la forme d'un objet forment un très bon moyen pour l'étudier. Le sujet de ce travail de recherche est la segmentation automatique, par détection de contours, d'images de cicatrices issues de chirurgies visant à corriger une scoliose idiopathique.

La scoliose idiopathique est une déformation tridimensionnelle complexe du système musculo-squelettique du tronc. Environ une scoliose adolescente sur mille nécessite une intervention chirurgicale de correction. Cette intervention requiert une grande incision dans le dos du patient, le long de sa colonne vertébrale. Il en résulte une cicatrice toute aussi longue qui doit être suivie par un plasticien dans le but d'éviter toutes complications esthétiques ou cliniques. L'esthétique de la cicatrice est d'ailleurs une des premières préoccupations du patient. Le plasticien procède au diagnostic visuel, en s'appuyant sur l'observation de plusieurs caractéristiques telles que la largeur, l'épaisseur, la couleur, et l'élasticité. Cette évaluation qualitative est assez subjective.

L'objectif de ce projet est de proposer aux plasticiens en charge d'une telle tâche une méthodologie informatique d'analyse automatique d'images, offrant la possibilité de mesurer facilement certains des critères utilisés: les critères dimensionnels

(largeur, épaisseur), et chromatiques. Un tel outil permet aussi de procéder à la constitution de banques de données sur les cicatrices et leurs évolutions selon les paramètres suscités. De telles études quantitatives permettraient aussi de pouvoir comparer des méthodes et outils cliniques mis en jeu dans la chirurgie plastique. Par exemple, il deviendrait possible de comparer l'efficacité des différentes manières de fermer une cicatrice, les différents types de fils, etc. Ces enjeux ont des répercussions directes au niveau industriel. Le problème de l'étude des cicatrices en traitement d'images est nouveau, et constitue un domaine ouvert pour la recherche.

Cette méthodologie s'appuie sur le système d'acquisition INSPECK (INSPECK Inc., Montréal) qui est un système de vision active non invasif composé de numériseurs optiques. Ce système fournit une reconstruction tridimensionnelle texturée couleur du tronc, et en particulier du dos avec la cicatrice. Dans le cadre de cette étude, seule la texture couleur liée à cette reconstruction est exploitée. Ce projet s'insère donc sur un système qui n'a pas été spécifiquement choisi pour ce travail. Ce fut une contrainte importante, car la caractéristique intéressante du système INSPECK réside dans l'acquisition tridimensionnelle. La qualité des textures couleurs, elle, est moyenne pour le type de caméras grand champs utilisées pour cette application. Nous nous situons donc bien dans le domaine des images biomédicales, à savoir des images réputées difficiles à traiter et à analyser en traitement d'images. Un grand nombre de publications sont spécifiquement offertes dans ce domaine et proposent des outils adaptés; c'est le cas aussi de ce travail. Il a nécessité la conception d'algorithmes et l'utilisation de plusieurs outils et techniques combinés pour pouvoir mener à bien la segmentation.

L'algorithme développé est donc un algorithme automatique de traitement d'images 2D couleurs. L'objectif visé à long terme est l'utilisation par un personnel hospitalier. L'aspect *automatique* est donc important. Un des objectifs et une des

contributions ont été d'exploiter les informations liées à la couleur. La méthodologie proposée se décompose en trois étapes. La première rehausse la texture couleur pour aider à l'extraction du contour de la cicatrice. Il s'agit d'un filtre à base d'équations à dérivées partielles (EDP), qui est la combinaison d'un filtre de diffusion anisotropique, et d'un filtre de choc. La deuxième étape consiste à extraire plusieurs mesures locales liées aux contours dans l'image texturée. Cette étape utilise un opérateur à base de distributions de couleurs. La troisième étape traite ces mesures pour en extraire le contour optimal de la cicatrice. Elle est composée premièrement d'un algorithme d'études d'histogrammes locaux itératifs, qui sert à isoler complètement la cicatrice des taches environnantes. Puis, une modélisation par splines cubiques lissées est obtenue.

Les indices cliniques à proprement dits ne sont pas abordés dans cette étude car ils restent à être définis précisément par l'équipe de chirurgie plastique qui est à l'origine du besoin exprimé. L'étude se limite à proposer une méthode pour extraire le contour d'une cicatrice. Cette méthode a été validée en comparant les contours obtenus à ceux que tracerait un opérateur humain sur les cicatrices de patients. Le contour d'une cicatrice est le support idéal pour extraire des indices cliniques tels que ceux utilisés habituellement par les plasticiens. Il est très simple d'extraire des informations liées à la largeur et l'épaisseur directement à partir du contour. L'écart moyen mesuré de la méthodologie est de $0.67 \pm 0.24 \text{ mm}$ à 95%. Mais il peut atteindre parfois des valeurs maximales de plusieurs *mm*. Ce sont des résultats très encourageants, qui soulignent la faisabilité du projet, même s'ils n'assurent pas sa validité clinique à l'heure actuelle. Ces mesures ont été faites avec des caméras INSPECK ancienne génération, et les nouvelles caméras récemment arrivées sur le marché laissent espérer une nette amélioration de ces caractéristiques.

ABSTRACT

In the vision and image processing fields - simulation of functionality of the human system composed of the eyes and brain- the segmentation is an extremely active field of research. The automatic segmentation of images consists in breaking up the scene into various elements according to direction's given by the human eye. For example, on an image of road monitoring, being able to isolate and identify automatically the plate number from the vehicles is an interesting application. One of the approaches of the segmentation is the detection of contours of the objects, because it is assumed that contours and the shape of an object form a very good means to study it. The subject of this research is the automatic segmentation, by detection of contours, of scars images resulting from surgeries aiming at correcting an idiopathic scoliosis.

Idiopathic scoliosis is a tridimensional deformation of the skeletal and muscle system of the trunk. Among teenagers, approximately a scoliosis on a thousand requires a surgical procedure for correction. This intervention requires a large incision in the back of the patient, along his spinal column. It results in a long scar which must be followed by a plastic surgeon with an aim of avoiding all esthetic or clinical complications. The esthetic of the scar is besides one of the first concerns of the patient. The plastics surgeon proceeds to visual diagnostic based on the observation of several characteristics such as width, thickness, color, and elasticity. This qualitative evaluation is rather subjective.

The goal of this project is to propose to the plastic surgeons a data-processing methodology that analyzes images, making it possible to easily measure some of the criteria used: dimensional and chromatic criteria. Such a tool also makes it possible to proceed to the constitution of data banks on scars and their evolutions. Such

quantitative studies would allow to compare methods and clinical tools brought into play in the plastic surgery. For example, it would become possible to compare the various manners of closing a scar, the various types of closing wire etc. These stakes have direct repercussions at the industrial level. The problem of the study of the scars in image processing is new, and remains as still an open research field.

This methodology is based on the INSPECK acquisition system - INSPECK Inc, Montreal - which is a active vision system composed of optical digitizers. This system provides a textured three-dimensional color reconstruction of the whole trunk with the scar. Within the framework of this study, only color texture image is exploited. This project thus fits on a system which was not specifically selected for this work. It was an important constraint, because the interesting characteristic of INSPECK system lies in three-dimensional acquisition. The quality of color textures colors is medium for the large field cameras used for this application. We are thus solving a problem in the field of the biomedical images, namely of the images considered difficult to treat and analyze in image processing. A great number of publications are offered in this field and propose adapted tools. It is the case also of this work. It required the design of algorithms and the use of several tools and technical components to be able to conclude the segmentation.

The developed algorithm is thus an automatic algorithm of 2D color image processing. In a long term, this tool will be used routinely. The automatic aspect is thus important. One of the objectives and one of the contributions were to exploit information related to the color. The proposed methodology breaks up into three stages. The first enhances color texture to help with the extraction of the contour of the scar. It is mainly a filter based on equations with partial derivative, which is a combination of an anisotropic diffusion filter, and a shock filter. The second stage consists in extracting several local measurements related to contours in the

textured image. This stage uses an operator based on color distributions. The third stage treats these measurements to extract the optimal contour of the scar. It is firstly based on an algorithm that studies iterative local histograms, whose aim is to completely isolate the scar from the surrounding. Then, a model of smoothed cubic splines is calculated.

The clinical indices are not discussed in this study because they remain to be precisely defined by the team of plastic surgeons. The study proposes a methodology that extracts contour from a scar. This method was validated by comparing the obtained contours with those traced by a human operator on the scars of patients. The contour of a scar is an ideal support to extract clinical indices such as those used usually by the plastics surgeons. It is very simple to extract information related to the width and the thickness directly from the contour. The measured average deviation of the methodology is $0.67 \pm 0.24 \text{ mm}$ at 95%. But it can reach higher values in bad conditions. These are very encouraging results, which underline the feasibility of the project, even if they do not presently ensure its clinical validity. These measurements were made with old INSPECK cameras, and new cameras recently arrived on the market let hope for a clear improvement of these results.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	ix
TABLE DES MATIÈRES	xii
LISTE DES TABLEAUX	xv
LISTE DES FIGURES	xvii
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xxii
LISTE DES ANNEXES	xxiii
INTRODUCTION	1
0.1 Motivations	1
0.2 Organisation du mémoire	3
CHAPITRE 1: REVUE DES CONNAISSANCES	5
1.1 Méthodes globales d'analyse des lésions dermatologiques	6
1.1.1 Segmentation à base d'EDP et contours actifs	6
1.1.2 Diffusion inverse stabilisée SIDE	18
1.2 Prétraitement: rehaussement	27
1.2.1 Filtrage médian adaptatif couleur	27
1.2.2 Diffusion anisotropique cohérente	28
1.2.3 Filtre de choc	37

1.3	Segmentation et détection de contours d'images couleurs	40
1.3.1	Détecteurs bout en bout	40
1.3.2	Détecteurs avec gradient multidimensionnel	41
1.3.3	Détecteurs avec représentation vectorielle	43
1.4	Résumé	43
CHAPITRE 2: MÉTHODOLOGIE		46
2.1	Système d'acquisition	47
2.2	Algorithme de prétraitement	49
2.2.1	Filtrage homomorphique	50
2.2.2	Filtrage à base d'EDP	51
2.3	Algorithme de détection de contours	59
2.3.1	Représentation et comparaison de distributions de couleurs	61
2.3.2	Détection de contours	67
2.4	Algorithme de post-traitement	71
2.4.1	Segmentation de la carte des contours	72
2.4.2	Algorithme à base d'histogrammes itératifs	74
2.4.3	Régression par splines lissées	79
2.5	Évaluation préliminaire	88
2.5.1	Prétraitement	88
2.5.2	Segmentation, détection des contours locaux	93
2.5.3	Post-traitement	93
2.5.4	Validation globale	94
CHAPITRE 3: RÉSULTATS ET DISCUSSIONS		95
3.1	Images originales	95
3.2	Prétraitement et rehaussement des images	97
3.2.1	Filtrage homomorphique	97
3.2.2	Filtrage EDP	99

3.3	Segmentation, détection des contours locaux	112
3.3.1	Choix des paramètres	112
3.3.2	Résultats	113
3.3.3	Discussion	114
3.4	Post-traitement	115
3.4.1	Segmentation de la carte des contours	115
3.4.2	Algorithme à base d’histogrammes itératifs	118
3.4.3	Régression par splines lissées	121
3.5	Discussion	123
CONCLUSION		130
RÉFÉRENCES		133

LISTE DES TABLEAUX

1.1	Algorithme "Rehaussement de contraste par EDP"	10
1.2	Force de type SIDE	22
1.3	Algorithme diffusion SIDE	23
1.4	Diffusion cohérente 1: diffusion constante selon la direction perpendiculaire au contour et variable selon la direction parallèle	32
1.5	Diffusion Cohérente 2: diffusion variable selon la direction perpendiculaire au contour et constante selon la direction parallèle	34
2.1	Quelques caractéristiques du numériseur INSPECK DF (tiré de ^[1])	48
2.2	Algorithme du filtre EDP couleur: Diffusion anisotrique + filtre de choc	59
2.3	Suite de l'algorithme 2.2	60
2.4	Algorithme de quantification d'Orchard et Bouman ^[50]	64
2.5	Algorithme de détection de contours: opérateur compas	72
2.6	Algorithme K-moyennes pour trois classes	74
2.7	Algorithme d'étude multi-échelle des histogrammes par bandes	78
2.8	Algorithme de rotation, séparation et affinage pondérés	81
2.9	Algorithme de régression par splines lissées	87
2.10	Paramètres du filtrage par EDP	89
3.1	Valeurs des paramètres du filtre homomorphique	98
3.2	Temps de calculs, filtrage homomorphique	99
3.3	Paramètres du filtrage par EDP	100
3.4	Valeurs des paramètres du filtrage par EDP	109
3.5	Temps de calcul, filtrage EDP	110
3.6	Temps de calcul pour l'algorithme de détection de contours, $\sigma = 5$	113

3.7 Temps de calcul pour l'algorithme de segmentation de la carte des contours	117
3.8 Temps de calcul, étude itérative des histogrammes	121
3.9 Temps de calcul, régression splines	122
3.10 Temps de calcul, ensemble de la méthodologie	128

LISTE DES FIGURES

1	Plan de la revue des connaissances	4
1.1	Exemple de l'effet du rehaussement de contraste par égalisation d'histogramme locale par EDP de Sapiro ^[12]	11
1.2	Comportement de la diffusion de Perona et Malik ^[15] en fonction de la présence ou non de contour	13
1.3	Exemple de l'effet de la diffusion de Perona et Malik ^[15]	14
1.4	Exemple de segmentation par snake (tiré de ^[2])	17
1.5	<i>Analogie</i> SAR / Épiderme	19
1.6	Modèle mécanique d'une diffusion inverse, signal 1D (tiré de ^[3])	20
1.7	Différents types de fonctions forces (tiré de ^[3])	21
1.8	Fusion de masses voisines d'une même intensité (tiré de ^[3])	22
1.9	Exemple de l'effet de la diffusion SIDE sur un échelon fortement bruité (tiré de ^[3])	24
1.10	Exemple de l'effet de la diffusion SIDE sur l'image SAR de 1.5 (tiré de ^[3])	25
1.11	Exemple de l'effet de la diffusion SIDE sur un grain de beauté (tiré de ^[4])	26
1.12	Exemple de l'effet du filtrage médian couleur adaptatif	29
1.13	Comportement de la diffusion cohérente elliptique en fonction de la présence ou non de contour	30
1.14	Exemple de l'effet de la diffusion cohérente	33
1.15	Différentes normes de variation vectorielles	36
1.16	Exemple de l'influence de la norme de variation vectorielle: Δ_0 vs Δ_2	37
1.17	Exemple de l'effet d'unfiltre de choc directionnel	39

1.18 Famille des détecteurs de contours couleurs à structure parallèle	
bout en bout	41
1.19 Famille des détecteurs de contours couleurs à gradient de type multi-	
dimensionnel	41
1.20 Image de l'intensité du gradient multidimensionnel sur deux cicatrices	42
1.21 Plan de la méthodologie	45
2.1 Système d'acquisition du tronc complet INSPECK (tiré de [5]) . . .	47
2.2 Principe d'un filtre homomorphique	51
2.3 Allure du filtre $H(u, v)$ utilisé dans le filtre homomorphique. $\sigma = 10$,	
$g_H = 2$, $g_L = 0.5$	52
2.4 Contrainte à priori d'orientation minimale. θ_{min} définit un cône d'ap-	
partenance	53
2.5 Allure de la diffusité $\lambda_1(\Delta_2)$. ($\alpha\delta = 2$, $s = 2$)	55
2.6 Allure de la vitesse $a(\Delta_2)$. ($\gamma = 0.5$, $s = 2$, $\delta = 1$)	57
2.7 Un pixel et ses 8 voisins. Modèle utilisé dans le calcul des dérivées	
partielles du filtre de choc.	61
2.8 Distance $EMD(\theta)$ sur un contour idéal et un contour réel	68
2.9 Distance $EMD(\theta)$ sur une jonction et un contour à forte courbure .	70
2.10 Image de la force des contours sur deux cicatrices en utilisant l'opérateur	
compas	71
2.11 Exemple de découpe de l'image pour l'étude des histogrammes, pour	
$n = 5$	75
2.12 Modèle de l'histogramme d'une tranche	76
2.13 Critères τ_x et τ_m appliqués à l'étude des histogrammes par bande .	77
2.14 Interpolation d'une sinusoïde bruitée avec λ trop fort	83
2.15 Interpolation d'une sinusoïde bruitée avec λ trop faible	83

2.16 Interpolation d'une sinusoïde bruitée avec λ^* optimal, obtenu par GCV	84
3.1 Cicatrices originales, 1 et 2	96
3.2 Cicatrices originales, 3 et 4	96
3.3 Cicatrice 1 et 2 filtrées par filtrage homomorphique (g_H , g_L et σ selon 3.1)	98
3.4 Cicatrices 3 et 4 filtrées par filtrage homomorphique (g_H , g_L et σ selon 3.1)	99
3.5 Mesure de la distance à $N_i\Delta t = 10$ entre chaque image de cicatrices et une image de référence ($\Delta t = 0.1$). En abscisses, la valeur de Δt .	101
3.6 Différences entre images finales ($N_i\Delta t = 10$), pour la cicatrice 1, entre $\Delta t = 1$ et $\Delta t = 2$, et entre $\Delta t = 1$ et $\Delta t = 5$	102
3.7 Histogrammes normalisées des valeurs de cohérence Δ_2 pour chaque cicatrice, pour les images issues du filtrage homomorphique. En ordonnée, la distance 2.53 normalisée (sans unité), et en abscisse, l'histogramme est normalisé (sans unité)	103
3.8 Seuillage de la cicatrice pour des valeurs de cohérence locale supérieures à $s = \frac{3}{2}s_{max}$ (cicatrice 1). Où s_{max} est la valeur de seuil pour laquelle le maximum de l'histogramme normalisé des valeurs de cohérences de l'image est obtenu	103
3.9 Evolution des cicatrices jusqu'à 100 UTE, sans attache aux données. En ordonnée: distance (2.53). En abscisse: le temps en UTE. ($\delta = 1$, $\alpha = 0.5$, $s = 3/2s_{max}$, $\Delta t = 1$, $\gamma = 10$, $\xi = 0.5$, $\theta_{min} = 60$)	105
3.10 Détail de la cicatrice 1, après 100 UTE ($\delta = 1$, $\alpha = 0.5$, $s = 3/2s_{max}$, $\Delta t = 1$, $\gamma = 10$, $\xi = 0.5$, $\theta_{min} = 60$)	105
3.11 Graphique de la loi d'attache aux données $\delta(< u_{t=0}, u_t >)$	106

3.12	Évolution des cicatrices jusqu'à 100 UTE, avec attache aux données (3.6). En ordonnée: distance normalisée (2.53). En abscisse: le temps en UTE. ($\alpha = 0.5$, $s = 3/2s_{max}$, $\Delta t = 1$, $\gamma = 10$, $\xi = 0.5$, $\theta_{min} = 60^\circ$)	107
3.13	Régions de l'image de la cicatrice 1 sur lesquelles un choc est appliqué, à la première itération. L'intensité indique la vitesse du choc. ($s = 3/2s_{max}$, $\gamma = 10$)	108
3.14	Influence de θ_{min} sur la cicatrice 1. En noir, les régions de différences entre l'image filtrée avec $\theta_{min} = 60^\circ$ et $\theta_{min} = 45^\circ$ ($\alpha = 0.5$, $s = 3/2s_{max}$, $\Delta t = 1$, $N_i = 10$, $\gamma = 10$, $\xi = 0.5$)	108
3.15	Cicatrices 1 et 2 filtrées par filtrage homomorphique et filtrage à base d'EDP (paramètres selon tableaux 3.1 et tableaux 3.4)	110
3.16	Cicatrices 3 et 4 filtrées par filtrage homomorphique et filtrage à base d'EDP (paramètres selon tableaux 3.1 et tableaux 3.4)	111
3.17	Détails des cicatrices, avant et après le filtrage par EDP. ((a) cicatrice 1, (b) cicatrice 2, (c) cicatrice 3). En haut, image avant filtrage, en bas, image après filtrage	112
3.18	Carte de la force des contours locaux (gauche) et de la carte d'asymétrie (droite) par l'opérateur compas, pour la cicatrice 1 (haut) et 2 (bas). ($\sigma = 5$)	114
3.19	Carte de la force des contours locaux (gauche) et de la carte d'asymétrie (droite) par l'opérateur compas, pour la cicatrice 3 (haut) et 4 (bas). ($\sigma = 5$)	115
3.20	Superposition des périmètres de zones retenues par l'algorithme de segmentation de la carte des contours	116
3.21	Images des pixels retenus par l'algorithme d'étude itérative des histogrammes ($\tau_x = 15$, $\tau_m = 0.7$). Les points sont les régions 3 enregistrées. La courbe est la spline de régression calculée dans l'étape de séparation des côtés de la cicatrice	120

3.22	Images segmentées finales des cicatrices 1 et 2. Les contours bleus sont les deux splines de regression. Les coins noirs sont dus à la rotation de l'image	122
3.23	Images segmentées finales des cicatrices 3 et 4. Les contours bleus sont les deux splines de regression. Les coins noirs sont dus à la rotation de l'image	123
3.24	Superposition des contours modélisés par les splines lissées issus de la méthodologie (en blanc), et des contours tracés par l'opérateur humain (en noir), pour les cicatrice 1 (en haut) à 4 (en bas)	124
3.25	À gauche (resp. à droite), moyenne des écarts avec intervalle de confiance 95% pour les côté haut (resp. bas) des quatre cicatrices. En abscisses, les numéros des cicatrices. En ordonnées, les moyennes des écarts en pixels. En gris foncé, la zone de confiance à 95% . . .	125
3.26	Graphiques des écarts en pixels entre les contours modélisés par les splines, et les contours de l'opérateur. De haut en bas, les cicatrices 1 et 2. A gauche, le côté haut des cicatrices, et à droite, le côté bas des cicatrices (par rapport aux images originales). En ordonnée, l'écart en pixels. En abscisse, la position en pixel le long de la cicatrice . .	126
3.27	Graphiques des écarts en pixels entre les contours modélisés par les splines, et les contours de l'opérateur. De haut en bas, les cicatrices 3 et 4. A gauche, le côté haut des cicatrices, et à droite, le côté bas des cicatrices (par rapport aux images originales). En ordonnée, l'écart en pixels. En abscisse, la position en pixel le long de la cicatrice . .	127
I.1	Espace de couleur CIE-Lab	140

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

EDP	Equation à Dérivée Partielles
EDO	Equation à Dérivée Ordinaires
SIDE	<i>Stabilized Inverse Diffusion Equations</i>
SAR	<i>Synthetic Aperture Radar</i>
ELM	<i>Epiluminescence Microscopy</i>
AOS	<i>Additive Operator Splitting</i>
EMD	<i>Earth Mover's Distance</i>
GCV	<i>Generalized Cross-Validation</i>
1D,3D	1 dimension, 3 dimensions
Ω	Ensemble de \mathbb{R}^2
u	Image $\Omega \rightarrow \mathbb{R}$
$[a < u < b]$	$\{x \in \Omega : a < u(x) < b\}$
$ X $	<i>L'aire</i> de l'ensemble X
$\partial_{\#}u$	Dérivée partielle de u par rapport à $\#$
\dot{u}	Dérivée ordinaire de u par rapport au temps
\mathcal{F}	Transformée de Fourier
\mathcal{N}_{σ}	Gaussienne de variance σ
$\mathcal{W}_{i,j}$	Fenêtre de Ω centrée en (i,j)
\vec{v}	généralisation d'un paramètre v aux images couleurs
\mathbf{v}	notation matricielle d'un vecteur v
∇u	gradient de u

LISTE DES ANNEXES

Annexe I:	Espace de couleur CIE-Lab	139
Annexe II:	Discrétisation d'EDP	141
II.1	Schéma explicite direct	142
II.2	Schéma implicite	144
II.3	Schéma semi-implicite	144
II.4	Schéma explicite, variante	145
Annexe III:	Organisation des modules algorithmiques	147

INTRODUCTION

0.1 Motivations

Dans le domaine du traitement d'images et de la vision (simulation des qualités du système composé des yeux et du cerveau), la segmentation est un champ de recherche extrêmement actif. La segmentation automatique d'images consiste à décomposer la scène représentée en différents éléments selon le sens donné par l'oeil humain et son cerveau. Cette notion de sens est subjective, et cela souligne une grande difficulté de ce domaine. Par exemple, sur une image de surveillance routière, être capable d'isoler et identifier automatiquement les plaques d'immatriculation des véhicules serait une application concrète. Mais sur la même image, on pourrait vouloir différencier les voitures et les camions. Une des approches de la segmentation est la détection des contours des objets, car il est admis que les contours et la forme d'un objet forment un très bon moyen pour l'étudier. Le sujet de ce travail de recherche est la segmentation automatique, par détection de contours, d'images de cicatrices issues d'opérations visant à corriger une scoliose idiopathique. Ces images sont des images couleurs. Le domaine du traitement d'images couleurs est lui aussi un domaine actif et en pleine évolution actuellement. Pendant longtemps, il se limitait à proposer des généralisations des traitements destinés aux images en niveaux de gris. Aujourd'hui, nous observons de plus en plus l'apparition de techniques et de modèles spécifiquement destinés aux images couleurs. Enfin, le fait que ces images soient des images biomédicales est un pas de plus dans leur difficulté à être analysées. L'imagerie biomédicale est un champs de recherche à part entière, avec souvent ses propres techniques.

La scoliose idiopathique est une déformation tridimensionnelle complexe du système musculo-squelettique du tronc. Environ une scoliose adolescente sur mille nécessite une intervention chirurgicale de correction. Cette intervention requiert

une grande incision dans le dos du patient, le long de sa colonne vertébrale. Il en résulte une longue cicatrice qui doit être suivie par un plasticien dans le but d'éviter toutes complications esthétiques ou cliniques. L'esthétique de la cicatrice est d'ailleurs une des premières préoccupations du patient. Le plasticien procède au diagnostic visuel, en s'appuyant sur l'observation de plusieurs caractéristiques. Premièrement la largeur de la cicatrice, en moyenne, à son plus large, et à son plus étroit. Deuxièmement l'épaisseur de la cicatrice en moyenne, à son plus mince, et à son plus épais. Troisièmement, la couleur de la cicatrice : mauve, rose, rouge ou blanche. Enfin, l'élasticité de la cicatrice est aussi observée. Cette évaluation qualitative est peu objective et peu reproductible.

Ce projet de maîtrise a pour objectif de proposer une méthodologie permettant d'extraire le contour d'une cicatrice à partir d'images couleurs 2D. Ces images sont issues du système de reconstruction INSPECK, utilisé à l'hôpital St Justine. Un tel contour permet d'envisager par la suite la mesure des indices de largeur, de couleur, et aussi d'épaisseur grâce à la reconstruction 3D.

Un tel objectif possède des problématiques telles que des outils classiques de traitement et d'analyse d'images ne peuvent être appliqués directement avec succès sur les images de cicatrices. Les cicatrices sont des objets particuliers, qui nécessitent une méthodologie adaptée. Cette particularité est directement liée à la *difficulté* des images. Ces cicatrices sont très grandes, et doivent être numérisées à une certaine distance, sous des contraintes de luminosité liées au système d'acquisition. Il en résulte des images et des objets (les cicatrices) difficiles, et fragiles face aux traitements numériques. Ces objets sont très fins, et aussi faiblement contrastés, car leur registre chromatique est très proche de celui de la peau : rouge, rose, violet, blanc.

Le fait que ces objets aient nécessité la conception d'un traitement particulier est un constat classique en imagerie biomédical. De plus, le problème de l'étude des cicatrices en traitement d'images est nouveau, et n'a jamais été abordé, à notre connaissance, dans la littérature. Le domaine le plus proche de ce problème

est l'étude automatique des lésions dermatologiques (les grains de beautés). Nous l'aborderons dans la revue des connaissances.

0.2 Organisation du mémoire

Le mémoire est organisé de la façon suivante. La revue des connaissances présentée au premier chapitre situe le problème des cicatrices par rapport à celui des lésions dermatologiques, puis par rapport au domaine du traitement d'images couleurs. Cette démarche est illustrée à la figure figure 1. Le second chapitre décrit la méthodologie proposée, pour extraire le contour d'une cicatrice à partir d'une texture couleur issue du système INSPECK. Cette méthodologie est décomposée en trois sous-étapes distinctes, qui ont leur propre problématique. La première étape est un prétraitement destiné à réhausser la cicatrices et éliminer le bruit. La deuxième étape a pour but d'extraire trois mesures locales liées aux contours. Enfin, la troisième étape modélise complètement le contour, sous la forme de splines cubiques lissées. Comme ces trois étapes sont assez distinctes, le troisième chapitre, présente pour chacune à la fois les résultats et les discussions.

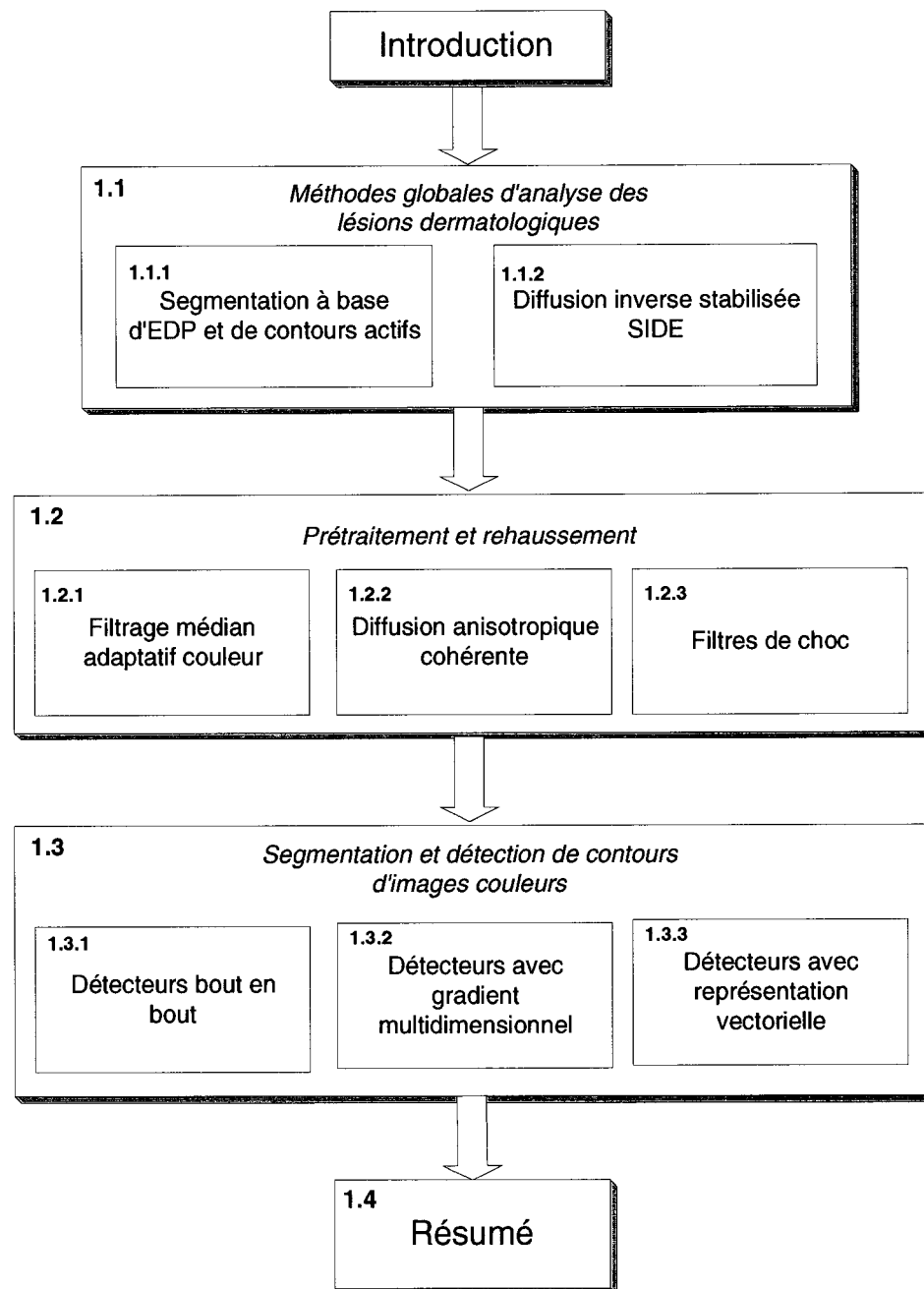


FIG. 1 – Plan de la revue des connaissances

CHAPITRE 1

REVUE DES CONNAISSANCES

Une récente publication dans une revue généraliste du domaine du traitement d'images dresse un bilan de la recherche en analyse d'images biomédicales^[6]. Ceci dénote une prise de conscience de la communauté scientifique. La conclusion de cette publication est que le domaine biomédical est spécifique quant aux problèmes et applications rencontrées, et aux solutions à adopter. Beaucoup de champs de recherche se sont développés au sein du traitement d'images biomédicales, souvent en fonction de l'application (rayons X, cardiogramme, IRM, mammographie, etc), et en sont à des stades où les outils proposés sont propres à ce domaine. Ces types d'images, liés à des systèmes d'acquisitions spécifiques, et les contraintes de précision ou environnementales, conduisent à des problèmes où des outils classiques de traitement d'images seuls ne peuvent souvent pas suffire.

Faire des mesures de dimension sur un objet tel qu'une cicatrice, impose d'extraire préalablement son contour. Réussir à isoler et extraire ce contour dans les meilleures conditions fut l'objectif majeur de cette maîtrise. En traitement d'image et vision, la *détection de contour* est un champ de recherche très actif. Malgré cela, le sujet des cicatrices en particulier n'a jamais été abordé en tant que tel. Nous avons vu en introduction que ce problème soulève pourtant ses propres difficultés.

Une application qui s'approche de celle présentée ici est l'étude des dimensions des plaies de compression. Ces plaies dermatologiques sont causées par des compressions, dues à une posture prolongée, pour les personnes en fauteuil roulant par exemple. Malheureusement, pour cette application, même si l'étude de la profondeur est automatique, celle du contour reste manuelle. Un opérateur doit préalablement dessiner avec une souris le contour de la plaie^[7]. C'est pourquoi nous n'aborderons pas cette application dans la revue de connaissances.

Une autre application que l'on pourrait penser être très proche de celle des cicatrices est l'étude et le contrôle de qualité automatique des arcs de soudures en métallurgie. Mais l'objectif d'un tel contrôle n'est pas de mesurer le contour de la soudure, mais uniquement des indices de régularité. Une soudure automatique est faite de vaguelettes dont la fréquence et l'amplitude dépendent de la vitesse de déplacement du point de soudure. Les outils de traitements développés étudient le profil vertical des soudures et extraient la forme des vaguelettes^{[8][9]}. De plus, les images utilisées ne sont pas en couleurs.

Le problème de l'étude automatique des grains de beauté dans la détection d'évolutions cancéreuses est celui qui s'en approche le plus par certaines problématiques. Dans les deux cas il s'agit d'isoler le contour d'une structure épidermique irrégulière. C'est pourquoi nous débuterons cette revue des connaissances par la présentation de plusieurs méthodes qui furent proposées dans ce domaine, et qui nous ont servi de point de départ pour notre méthodologie.

1.1 Méthodes globales d'analyse des lésions dermatologiques

Nous allons présenter dans cette section deux méthodes de segmentation des lésions dermatologiques, appelées communément grains de beauté. Ces deux méthodes sont récentes et utilisent des outils mathématiques sophistiqués. La première est à base d'EDP et de contours actifs, tandis que la deuxième est fondée sur une diffusion anisotropique inverse stabilisée. Ces deux méthodes ont fournis des pistes de base à notre méthodologie.

1.1.1 Segmentation à base d'EDP et contours actifs

Étant donné les problématiques du sujet soulevées en introduction, aucun algorithme généraliste et non supervisé ne peut être raisonnablement et directement appliqué avec un taux d'erreur acceptable au problème des cicatrices que nous

études. Comme dans beaucoup d'applications liées à l'imagerie biomédicale, un prétraitement des images est presque toujours nécessaire ^[2], et parfois même un post-traitement comme ce sera le cas avec les cicatrices et aussi dans la référence ^[10]. Le prétraitement se justifie ici par le besoin d'éliminer les petites taches de la peau, la pilosité, et le bruit lié à l'acquisition et l'illumination généralement assez pauvre. Cette faiblesse a aussi le défaut de diminuer le contraste de l'image. Le prétraitement doit donc aussi chercher à le rehausser.

Nous tenons à souligner que le problème des grains des beauté comme celui des cicatrices, et comme beaucoup d'applications cliniques, impose que tout traitement fait sur l'image conserve les attributs que l'on cherche à extraire et ne les dégrade pas: les contours. Le prétraitement proposé par Chung et Sapiro^[2] se décompose en trois étapes: un rehaussement de contraste, une diffusion anisotropique, et un filtre à base d'EDP pour éliminer la pilosité.

1.1.1.1 Rehaussement de contraste local à base d'EDP

La première étape a pour but de rehausser le contraste tout en préservant les contours. Elle se base sur une égalisation d'histogramme locale à partir d'EDP proposée par Sapiro et al. ^[11] ^[12]. Cette méthode veut allier les avantages d'une égalisation d'histogramme locale (comme défini dans ^[13] par exemple) sans hériter de ses inconvénients. Ces derniers sont dus à un non-respect des *ensembles de niveaux* (level-sets) de l'image qui induit la création d'artefacts et de faux contours. Les ensembles de niveaux d'une image sont définis de la façon suivante :

$$X_\lambda u = \{x \in \Omega : u(x) \geq \lambda\} \quad (1.1)$$

Les auteurs proposent le modèle suivant lequel, dans une image réelle, les objets sont représentés par des régions fermées dont l'intensité varie peu. Alors ils proposent

la minimisation d'énergie suivante:

$$E(v, \mathcal{A}) = \frac{|\mathcal{A}|}{2(\mu - \lambda)} \int_{\mathcal{A}} \left(v(x) - \frac{\mu - \lambda}{2} \right)^2 dx - \frac{1}{4} \int_{\mathcal{A}} \int_{\mathcal{A}} |v(x) - v(z)| dx dz \quad (1.2)$$

pour tous \mathcal{A} , λ et μ , où

$$\begin{array}{ll} \mathcal{A} & \text{est un composant connexe de l'ensemble } [\lambda \leq v < \mu] \\ \mu, \lambda & \text{réels tels que } \lambda < \mu \end{array}$$

Un composant connexe se définit de la façon suivante. Un ensemble connexe de pixels de valeurs identiques est un ensemble qui ne peut s'écrire comme l'union de deux sous-ensembles disjoints. Et un composant connexe \mathcal{C}_c est un sous-ensemble connexe maximal. C'est à dire que pour n'importe quel ensemble connexe \mathcal{C} tels que $\mathcal{C}_c \subseteq \mathcal{C}$, alors $\mathcal{C}_c = \mathcal{C}$. Le premier terme de $E(v, \mathcal{A})$ tend à maintenir les valeurs de u aussi près que $(\mu - \lambda)/2$ sur chaque sous-ensemble. Le deuxième terme peut être vu comme une mesure du contraste sur chaque composant connexe. Ainsi, minimiser $E(v, \mathcal{A})$ tend à distribuer les valeurs de u sur \mathcal{A} de manière à maximiser le contraste.

Pour résoudre ce problème de minimisation, les auteurs proposent la construction d'une série de fonctions de transformation h et d'images w_i convergeant vers la solution de ce problème. Définissons d'abord les notations suivantes.

$$\begin{array}{ll} M & \text{tel que } u : \Omega \rightarrow [0, M] \\ \lambda_{i,j} = jM/2^i & \text{tel que } i = 0, 1, \dots \text{ et } j = 0, \dots, 2^i \\ \mathcal{O}_{i,j} = [\lambda_{i,j} \leq w_{i-1} < \lambda_{i,j+1}] & \end{array}$$

Alors si on note w_0 l'image obtenue par égalisation d'histogramme global, et si on suppose qu'on a construit déjà les images w_0, \dots, w_{i-1} , voici comment construire w_i . Pour chaque $j = 0, 1, \dots, 2^i - 1$, $\mathcal{O}_{i,j}$ est tel que défini précédemment. On note alors $\mathcal{O}_{i,j;r}$ (pour $r = 1, \dots, n_{i,j}$) les $n_{i,j}$ composants connexes de $\mathcal{O}_{i,j}$. On définit alors la transformation $h_{i,j;r}$ où $\lambda \in [\lambda_{i,j}, \lambda_{i,j+1}[$:

$$h_{i,j;r}(\lambda) = \frac{|[w_{i-1} \leq \lambda] \cap \mathcal{O}_{i,j;r}|}{|\mathcal{O}_{i,j;r}|} (\lambda_{i,j+1} - \lambda_{i,j}) + \lambda_{i,j} \quad (1.3)$$

De plus les auteurs font l'hypothèse suivante :

$$\text{Aire}\{x \in \Omega : u(x) = \lambda\} = 0, \forall \lambda \in \mathbb{R} \quad (1.4)$$

En pratique, cela n'est pas vérifié, et a certaines conséquences. Selon cette hypothèse, la transformation $h_{i,j;r}$ est strictement croissante. On peut donc égaliser l'histogramme de w_{i-1} sur $\mathcal{O}_{i,j;r}$ en respectant les ensembles de niveaux. On définit alors la fonction w_i sur $\mathcal{O}_{i,j;r}$:

$$w_{i,j;r} = h_{i,j;r}(w_{i-1}) \chi_{\mathcal{O}_{i,j;r}} \quad (1.5)$$

et:

$$w_i = \sum_{j=1}^{2^i-1} \sum_{r=1}^{n_{i,j}} w_{i,j;r} \quad (1.6)$$

où $\chi_{\mathcal{O}_{i,j;r}}$ est une fonction qui vaut 1 sur $\mathcal{O}_{i,j;r}$ et 0 ailleurs. Les auteurs prouvent ensuite que les fonctions w_i ont des histogrammes uniformes pour chaque composant connexe de tous les ensembles de la forme $[\lambda \leq w_i < \mu]$. Ils prouvent aussi que quand $i \rightarrow \infty$, w_i converge vers une fonction dont l'histogramme est uniforme lui aussi sur tous ces composants connexes. Enfin, ils prouvent que cette limite est une représentation locale de u . Ainsi, ils remplissent les conditions qu'ils s'étaient fixés, à savoir une transformation qui préserve les ensembles de niveaux, tout en uniformisant **localement** les histogrammes de niveaux de gris. Pour toutes ces

preuves, on se référera à ^[11].

TAB. 1.1 – *Algorithme "Rehaussement de contraste par EDP"*

Initialisation: calcul de w_0 , image dont l'histogramme a été égalisé globalement

Etape $w_{i-1} \rightarrow w_i$:

Pour $j = 1, \dots, 2^i - 1$, on construit les ensembles $\mathcal{O}_{i,j}$ et $\mathcal{O}_{i,j;r}$.

On construit pour chacun des composants connexes les fonctions de distribution $h_{i,j;r}$ de $w_{i-1}\mathcal{X}_{\mathcal{O}_{i,j;r}}$ dont les valeurs sont dans $[\lambda_{i,j}, \lambda_{i,j+1}]$ (autrement dit, on égalise chaque composant connexe)

Puis on calcule $w_i = \sum_{j=1}^{2^i-1} \sum_{r=1}^{n_{i,j}} w_{i,j;r}$

Arrêt: on peut utiliser un critère de distance moyenne entre deux images consécutives. Si $d(w_i, w_{i-1}) < \epsilon$, on arrête l'algorithme.

L'approche proposée par les auteurs pour appréhender les informations locales par composants connexes est très intéressante. Les auteurs basent leur schéma numérique sur la théorie développée en signaux continus¹. Malgré tout, le passage aux signaux discrets est très délicat et comporte des inconvénients, qui découlent du non-respect de l'hypothèse (1.4). Ce sont les mêmes que ceux d'une égalisation d'histogramme globale, mais amplifiés, car appliqués à chaque itération à des ensembles de pixels très faibles² et dont la diversité en intensité est très faible aussi. Il en résulte des artefacts relativement nombreux liés à la projection de ces composants sur des niveaux d'intensités aux paramètres de subdivisions $\lambda_{i,j}$. De plus, la première itération, qui est une égalisation globale de l'histogramme de l'image, influence grandement les itérations suivantes.

Sur la figure 1.1, on peut voir les résultats de ce filtre sur une cicatrice en niveaux de gris. Le schéma numérique et l'algorithme utilisé sont ceux du tableau

1. Théorie dont les propriétés de stabilité, convergence et respect des ensembles de niveaux sont rigoureusement démontrées.

2. Après quelques itérations, une grande partie des composants connexes sont de cardinaux inférieurs à 10.

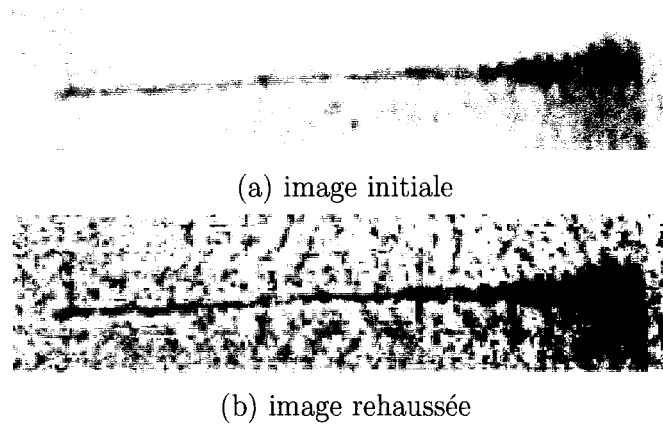


FIG. 1.1 – Exemple de l'effet du rehaussement de contraste par égalisation d'histogramme locale par EDP de Sapiro^[12]

1.1. Pour calculer les composants connexes, nous avons utilisé l'algorithme proposé dans ^[14]. Ce dernier se veut être rapide, et plus efficace que les algorithmes classiques utilisés pour calculer usuellement les composants connexes. On peut voir sur cette exemple l'effet des différentes remarques précédentes. De plus les cicatrices sont des objets pouvant ne pas répondre au modèle utilisé par les auteurs, à savoir des objets d'intensité uniforme. Objets très étendus selon une dimension, les cicatrices sont sujets à des variations d'intensité, en particulier dues à l'éclairage non uniforme, et la variation de la réflectance à cause de la surface non plane du dos. De plus la cicatrice peut avoir une couleur qui varie sur la longueur, suivant son état d'évolution.

1.1.1.2 Diffusion Anisotropique

La deuxième étape du prétraitement proposé par Chung et Sapiro^[2] est une diffusion anisotropique couleur, appliquée uniformément sur chaque canal de l'image exprimée dans l'espace CIE-Lab. Cet espace de couleur, qui sera souvent utilisé dans ce mémoire est présenté dans l'annexe I. Cette diffusion est fondée sur celle de Perona et Malik ^[15]. Cette référence fut le fondement des dix dernières années de

recherche sur la diffusion non isotrope. La diffusion est dite anisotropique, dans le sens où elle n'est pas identique dans toutes les directions. Une diffusion isotropique répond à l'EDP de diffusion de la chaleur classique suivante

$$\partial_t u = \operatorname{div}[c \nabla u] \quad (1.7)$$

Explicitement, il s'agit d'une convolution avec une Gaussienne. Le facteur c est appelé facteur de diffusité. L'EDP diffuse par conséquent dans toutes les directions avec un même facteur sur toute l'image, que l'on soit dans une région homogène, ou hétérogène, i.e.: en présence de structures ou contours. Perona et Malik eurent l'idée alors de rendre ce facteur de diffusité non constant, et adaptatif en fonction de la présence ou non de contours. Ils introduirent à cet effet la fonction $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\partial_t u = \operatorname{div}[g(|\nabla u_\sigma|^2) \nabla u] \quad (1.8)$$

et

$$\begin{aligned} u(t=0) &= f \\ \partial_n u &= 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Ici, on a noté u_σ la régularisation de u obtenue par convolution avec une Gaussienne \mathcal{N}_σ , n dénote la normale à la frontière de l'image. Perona et Malik^[15], et Catté *et al.*^[16], utilisent une diffusité à décroissance exponentielle telle que :

$$g(s) = \begin{cases} 1 & s \leq 0 \\ 1 - e^{\frac{-K}{(s/\lambda)^4}} & s > 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

où K est une constante. Dans (1.8), $|\nabla u_\sigma|^2$ joue le rôle d'un détecteur de contour. En présence de contour, la fonction $g \rightarrow 0$ et la diffusion est nulle ou faible, inversement, dans une zone homogène, la diffusion est forte. Il s'agit donc d'une diffusion *circulaire* à rayon variable. Un exemple du comportement de cette diffusion est

donné à la figure 1.2. Sur la figure 1.2 en (a), une région à l'arrière plan homogène de Mona Lisa, où localement la diffusion est alors maximale. Sur la figure 1.2 en (b), un détail du sourcil, qui est un contour légèrement prononcé³; la diffusion est modérée, mais circulaire malgré tout. La partie 1.2(c) correspond à un détail de la chevelure, très contrasté. La diffusion y est localement faible ou nulle.

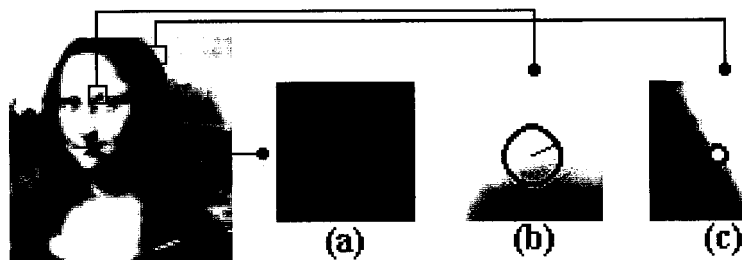
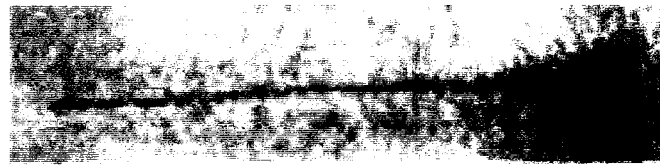


FIG. 1.2 – Comportement de la diffusion de Perona et Malik^[15] en fonction de la présence ou non de contour

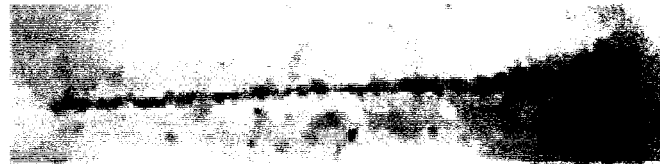
Nous avons testé ce type de diffusion sur les images de cicatrices. Pour l'implémentation, nous avons utilisé une approche semi-implicite à base d'*additive operator splitting* (AOS)^[17]. Le type d'implémentation a son importance dans le domaine des EDP. Pour plus de détails le lecteur est invité à lire l'annexe II. Ce type d'opérateur, comme démontré par Weickert et *al.*^[17], respecte tous les critères de discrétisation d'espace multi-échelles, de convergence et stabilité quelque que soit le temps d'itération Δt . Ces opérateurs consistent à scinder le système matriciel à N^2 inconnus, en la résolution de N équations, à N inconnues chacune (dans le cas d'une image carrée). Les propriétés additives de ces opérateurs assurent aussi les propriétés d'invariance par rotation. Par ailleurs, la structure parallèle liée à cette résolution de N équations, permet d'envisager des implantations très efficaces en termes de calculs parallèles.

Sur la figure 1.3, on peut voir un exemple de résultat associé à la diffusion

3. La célèbre technique du *sfumato* de Léonard de Vinci



(a) image initiale



(b) image rehaussée

FIG. 1.3 – Exemple de l'effet de la diffusion de Perona et Malik^[15]

de Perona et Malik. Ce filtre élimine assez bien le bruit de fond, en respectant correctement les contours de la cicatrice. Toutefois, il élimine peu les taches ou petits grains de beauté. De plus, comme la diffusion reste circulaire, une ambiguïté apparaît au niveau des contours. Soit le contour est intense, et alors la diffusion va être très faible, éliminant par conséquent très peu le bruit localement. Soit le contour est modéré, et alors la diffusion est modérée elle aussi, éliminant le bruit, mais dégradant aussi le contour.

1.1.1.3 Élimination de la pilosité

La dernière étape du prétraitement proposé par Sapiro *et al.*^[2] est un filtre à base d'EDP conçu pour éliminer tous les objets rectilignes et très fins. Ce type d'objet modélise la pilosité qui peut recouvrir les grains de beauté et ainsi gêner à isoler le contour de façon efficace.

Dans notre situation, étant donné la distance et l'échelle à laquelle nous nous situons, ainsi que le fait que la cicatrice soit au milieu du dos, un tel filtre n'est pas nécessaire. Néanmoins, son efficacité nous montre ici encore la puissance des EDP dans le cadre de prétraitements pour rehausser le contraste ou éliminer le bruit ou

des objets nuisibles. C'est pourquoi nous avons été encouragés à poursuivre dans l'utilisation de tels outils mathématiques pour concevoir le prétraitement que nous appliquons aux cicatrices.

1.1.1.4 Segmentation et extraction du contour

La segmentation est l'étape où il est décidé de l'appartenance de chaque pixel à une certaine classe ou objet. Ici par exemple, il s'agit de décider si un pixel appartient à l'objet *grain de beauté* ou le fond (la peau).

Il peut y avoir une certaine ambiguïté entre "segmentation" et "détection de contour". L'idée d'un contour laisse supposer que les objets sur l'image soient fermés (le contour d'un "ballon" par exemple), alors qu'une classe dans le cadre de la segmentation peut recouvrir plusieurs objets (la classe "terres cultivées" sur une image satellitaire). Pour autant, lorsqu'une classe de segmentation donne un objet fermé, son contour est automatiquement déductible. Mais dans le cas où l'objet recherché sur l'image est partiellement recouvert par un autre, ou séparé en plusieurs morceaux à cause d'une certaine dégradation ou qualité de l'image (comme c'est parfois le cas avec les cicatrices), alors le concept de segmentation va plus loin que celui de la simple recherche de contour.

Ici nous parlerons de segmentation à deux classes (objet/fond) même si celle-ci a pour but principal d'aller caractériser le contour de l'objet, et nous parlerons de détection de contour, en gardant à l'esprit que le but est de caractériser uniquement le contour global de l'objet, même si celui-ci est partiellement caché.

La méthode proposée Chung et Sapiro^[2] est l'utilisation d'un outil assez connu en segmentation: les *snakes* ou *contours actifs*. Plutôt que de parler de détection de contour, ici, nous pourrions plutôt parler de "détermination itérative d'un contour". Ce genre de technique a été proposé par Kass et *al.* en 1988 ^[18]. Beaucoup de recherches et d'améliorations ont été développées depuis.

L'idée de base est de faire évoluer un contour modélisé par une courbe paramétré

$\mathcal{C}(s) : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, et sujet à un certain nombre de contraintes, vers le contour réel de l'objet. Cette évolution peut être formalisée comme la minimisation d'une certaine énergie $E(\mathcal{C})$:

$$E(\mathcal{C}) = \alpha \int_0^1 |\mathcal{C}'(s)|^2 ds + \beta \int_0^1 |\mathcal{C}''(s)|^2 ds - \lambda \int_0^1 |\nabla u(\mathcal{C}(s))|^2 ds \quad (1.11)$$

où α , β et λ sont des paramètres positifs contrôlant l'influence de chaque intégrale. Les deux premiers termes de l'énergie contrôlent la forme du contour et sa courbure (énergie interne). Le troisième terme attire le contour vers celui de l'objet (énergie externe), en s'efforçant de déplacer le contour vers les maximaux du gradient de l'image.

L'avantage des contours actifs est qu'ils incluent automatiquement la contrainte que le contour de l'objet soit un contour fermé. Ils sont ainsi bien adaptés à la détermination du contour d'un seul objet sur l'image. De plus, les contraintes peuvent obliger le contour trouvé à respecter certaines caractéristiques intéressantes comme la courbure locale.

Sapiro *et al.* réinterprètent les contours actifs classiques tels que définis dans l'équation (1.11) sous la forme d'une minimisation d'un chemin ou distance pondérée:

$$\min_c \int_c g(\|\nabla(u)\|) ds \quad (1.12)$$

où g est un "détecteur de contour" : $g(r) \rightarrow 0$ quand $r \rightarrow \infty$. Appelé *contour actif géodésique*^[19], ce modèle consiste à chercher un chemin de distance pondérée minimale (où la pondération est fixée par g). Deux méthodes pour résoudre l'équation (1.12) sont proposées par les auteurs. Une des deux nécessite l'intervention d'un utilisateur pour stipuler un ensemble de points du contour réel de l'objet. Cette contrainte très forte et difficilement réalisable dans le cadre des cicatrices justifie que nous ne la présentons pas ici. L'autre méthode consiste à calculer une des-

cente de gradient sur (1.12), et déformer en conséquence un contour initial. Cette approche se traduit par une équation d'évolution du type :

$$\partial_t \mathcal{C} = g\kappa N - (\nabla g \cdot N)N \quad (1.13)$$

où κ est la courbure paramétrique euclidienne, et N la norme unitaire euclidienne. Cette formalisation a l'avantage d'être complètement automatique, modulo l'initialisation. De plus, elle est judicieusement adaptable aux images couleurs ^[20] ^[21].

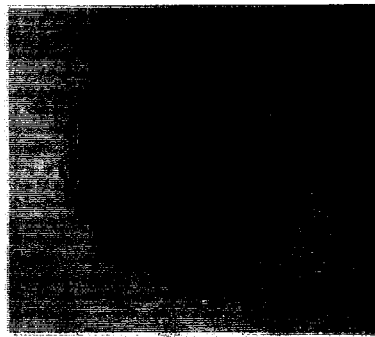


FIG. 1.4 – Exemple de segmentation par snake (tiré de ^[2])

Malheureusement, cette technique souffre des inconvénients suivants. Premièrement la nécessité d'initialiser un contour assez cohérent avec l'objet recherché demande une certaine connaissance à priori de la position de l'objet. Deuxièmement, la minimisation est assujettie à la qualité du détecteur de contour, c'est à dire d'un gradient (monochromatique ou couleur). Ce type de détecteur de contour assez simple n'est pas assez performant pour espérer détecter efficacement le contour d'une cicatrice en tout point. Et dans ce genre de situation, le contour actif manquerait la cicatrice. De plus, à cause de la largeur très faible d'une cicatrice, le risque que le contour actif s'interpénètre est très élevé tout le long de l'objet. Ceci est particulièrement vrai si la cicatrice semble *visuellement* découpée aux endroits où la largeur est plus petite que la résolution du numériseur, ou bien quand une dégradation vient gêner la segmentation (taches transversales, reflets, grains de

beauté). Un autre type de contours actifs propose de pallier à cet inconvénient ^[22], en permettant de détecter des objets aux contours non définis (nuages de points par exemple, ou image très bruitées), mais il se limite à des images binaires, ou du moins dont les objets sont très contrastés.

1.1.2 Diffusion inverse stabilisée SIDE

En 1998, Fleming *et al.*^[4] comparèrent plusieurs techniques de segmentation adaptées à la détection et l'étude des lésions dermatologiques comme les grains de beauté. Ces techniques font aussi suite à des prétraitements du même type que ceux proposés par Sapiro et Chung^[2] (élimination de pilosité).

Parmi les algorithmes de segmentation étudiés, il apparaît que la diffusion inverse SIDE (*Stabilized Inverse Diffusion Equations*) de Pollak *et al.*^[3] donne les meilleurs résultats. Il est intéressant de remarquer aussi qu'une des conclusions des auteurs est l'importance accordée à l'apport significatif de l'exploitation de la couleur. Les autres méthodes sont aussi celles comparées par Hance *et al.*^[23] qui s'intéressent à l'étude des lésions cancéreuses à partir d'images couleurs .

La diffusion SIDE proposée par Pollak *et al.*^[3] est inverse dans le sens où le facteur de diffusion est opposé à celui qu'on retrouve dans la diffusion de Perona et Malik ^[15] (voir la section 1.1.1.2). Cette inversion tend à augmenter les contrastes en particulier en présence de contours, et donc rehausser ceux-ci. De plus, dans le cas de la diffusion SIDE, le processus est itératif et dit de "fusion". Ainsi il est multi-échelle dans le sens où il tend à segmenter l'image en zones homogènes de moins en moins nombreuses. Il ne faut donc pas confondre ce type de diffusion avec une diffusion *positive* comme celle de Perona et Malik. Une diffusion inverse s'apparente plus à un outil de segmentation en s'efforçant de diviser l'image en régions homogènes, alors qu'une diffusion *positive* trouve plus souvent son application dans des filtres de prétraitement. La diffusion inverse est bien adaptée aux images à haut niveaux de bruit, cohérent ou pas, et floues. C'est pourquoi la première application

à laquelle ont pensé les auteurs est l'imagerie radar (SAR) (figure 1.5). Ce type d'images est extrêmement proche de celui issu de l'échographie biomédicale par exemple, car provenant aussi de techniques ultra-sons. Le bruit cohérent (*speckle*) comme celui issu de ces techniques n'est pas sans rappeler la vision irrégulière que nous offre l'épiderme humain. C'est une des raisons qui nous a motivé à exploiter ce genre de modèles et de solutions adaptées à ce type de problèmes.

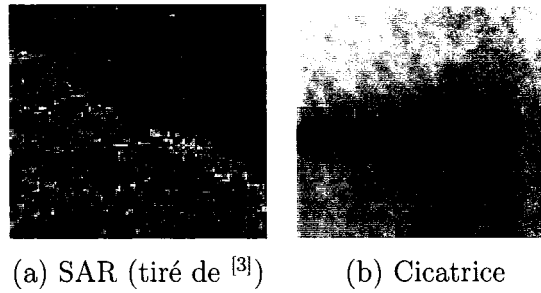


FIG. 1.5 – Analogie *SAR* / *Épiderme*

Nous débuterons en présentant le formalisme de la diffusion SIDE, puis ses propriétés sur quelques exemples.

1.1.2.1 SIDE: un modèle mécanique

La diffusion SIDE est réalisée sur une représentation théorique semi-discrète des variables. C'est à dire que les variables de dimensions sont discrètes, mais la variable temps est continue. Ce point est important car il différencie ce type d'étude de toutes celles réalisées en continu (espace et temps) en particulier dans le domaine des EDP. En ce sens, SIDE est une diffusion à base d'équation différentielles ordinaires (EDO). Ce choix a été motivé par une observation de Weickert [24] sur les conséquences de l'approximation réalisées dans les études en domaine continu.

Dans ce contexte, le type d'équations décrivant les diffusions inverses peut être vu aussi comme celui décrivant un problème mécanique de masses reliées entre elles par des ressorts. Pour un signal discret 1D, une représentation schématique

est donnée à la figure 1.6. Chaque masse m_n représente un point du signal (un pixel pour une image) dont la hauteur est proportionnelle à son intensité, et est reliée à ses plus proches voisins par des ressorts qui exercent chacun ainsi une certaine force $F(v)$, où v est l'élongation relative du ressort. L'évolution de la masse m_n dans le cas 1D devient alors régit par l'EDO suivante :

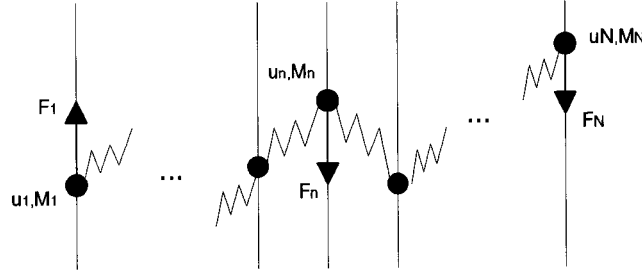


FIG. 1.6 – *Modèle mécanique d'une diffusion inverse, signal 1D (tiré de [3])*

$$\dot{u}_n = \frac{1}{m_n} (F(u_{n+1} - u_n) - F(u_n - u_{n-1})) \quad (1.14)$$

Un parallèle qui sera utile pour les images couleurs consiste à voir F comme la dérivée d'une certaine énergie E (avec la convention $E(0) = 0$). Alors (1.14) devient l'équation d'une descente de gradient pour l'énergie globale :

$$\mathcal{E}(u) = \sum_{i=1}^{N-1} E(u_{i+1} - u_i) \quad (1.15)$$

Dans le cas des images, la généralisation de l'équation (1.14) est faite en tenant compte non plus de deux voisins, mais de quatre voisins à chaque pixel (sauf sur les bords et les coins de l'image) :

$$\dot{u}_{i,j} = \frac{1}{m_{i,j}} (F(u_{i+1,j} - u_{i,j}) - F(u_{i,j} - u_{i-1,j}) + F(u_{i,j+1} - u_{i,j}) - F(u_{i,j} - u_{i,j-1})) \quad (1.16)$$

De la forme de la force $F(v)$ va dépendre le type de diffusion. Sur la figure 1.7, on peut voir des exemples de profil de force. Sur la figure 1.7(a), le profil d'une diffusion simple, donc la force est croissante monotone. Sur la figure 1.7(c) est donné l'exemple de la diffusion de Perona et Malik, où $F(v) = v \exp -(v/K)^2$. Remarquons ici qu'on obtient avec le modèle développé, une version semi-discrète de la diffusion de Perona et Malik. Sur la figure 1.7(b), le profil général d'une diffusion inverse. Ce type de diffusion a la caractéristique de rehausser les contrastes en amplifiant les pentes abruptes. Néanmoins ce genre de diffusion est instable et amplifie aussi le bruit. Enfin, Sur la figure 1.7(d), est présenté le type de force utilisé dans la diffusion SIDE. Cette force a la particularité d'être décroissante monotone (comme la diffusion inverse), mais présente aussi une discontinuité en 0. Elle diminue aussi en intensité absolue avec $|v|$, ce qui assure sa stabilité. Les propriétés exactes d'une force de type SIDE sont résumées dans le tableau 1.2.

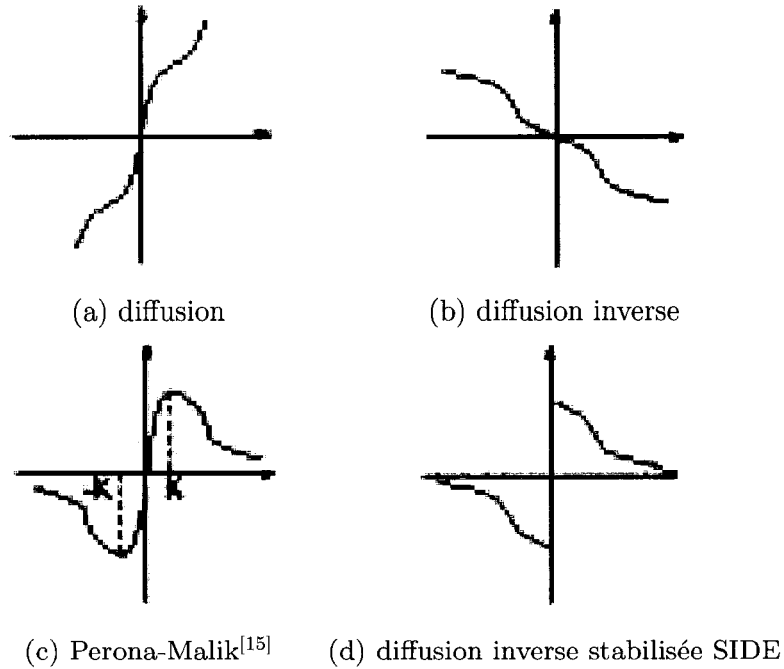


FIG. 1.7 – Différents types de fonctions forces (tiré de ^[3])

TAB. 1.2 – Force de type SIDE

$$\begin{aligned}
F(0) &= 0, \\
F(v) &= -F(-v), \\
F(0^+) &> 0, \\
F'(v) &\leq 0 \text{ pour } v \neq 0, \\
F(v) &\geq 0 \text{ pour } v > 0, \\
F(v_1) &= F(v_2) \Leftrightarrow v_1 = v_2.
\end{aligned} \tag{1.17}$$

Cette discontinuité du membre de droite de l'équation (1.16) est résolue par l'approche suivante. Quand une telle discontinuité apparaît, c'est à dire quand deux masses voisines, ou plus, sont au même niveau, alors on fusionne les masses concernées en une seule région et en ajoutant leurs poids. Ce concept est illustré sur la figure (1.8).

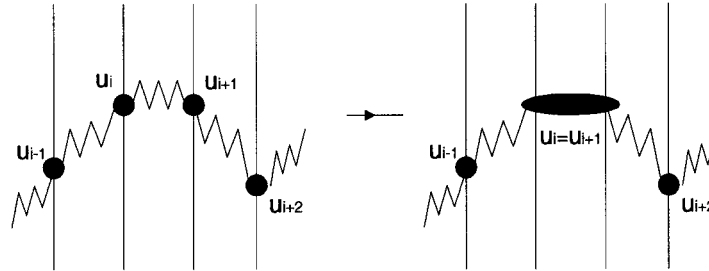


FIG. 1.8 – Fusion de masses voisines d'une même intensité (tiré de [3])

Ainsi l'équation (1.16) ne concerne plus seulement l'évolution de chaque pixel identifié, mais de régions d'intensité homogène, fusionnant suivant que la valeur dans deux régions voisines s'égalisent sous la contrainte de $F(v)$. L'équation (1.16) se réécrit alors:

$$\dot{u}_{n_i} = \frac{1}{m_{n_i}} \sum_{n_j \in A_{n_i}} F(u_{n_j} - u_{n_i}) p_{ij} \tag{1.18}$$

où

m_{n_i}	est la masse totale de la région n_i
A_{n_i}	est l'ensemble des indices de tous les voisins lié à la région n_i
p_{ij}	est le nombre de liens entre les régions n_i et n_j

TAB. 1.3 – *Algorithme diffusion SIDE*

1. **Initialisation:** chaque pixel définit une région unique
- 2.: On fait évoluer (1.18) jusqu'à ce qu'une discontinuité apparaisse
- 3.: On fusionne les régions voisines dont les intensité sont égales
- 4.: Si le nombre désiré de régions n'est pas atteint, on retourne à l'étape 2

Pour étendre aux images couleurs, qui peuvent être considérées comme des images vectorielles⁴, Pollak *et al.*^[25] généralisent (1.15) et (1.18):

$$\mathcal{E}(u) = \sum_i \sum_{j \in A_{n_i}} E(\|\vec{u}_{n_j} - \vec{u}_{n_i}\|) p_{ij} \quad (1.19)$$

$$\vec{u}_{n_i} = \frac{1}{m_{n_i}} \sum_{n_j \in A_{n_i}} \frac{\vec{u}_{n_j} - \vec{u}_{n_i}}{\|\vec{u}_{n_j} - \vec{u}_{n_i}\|} F(\|\vec{u}_{n_j} - \vec{u}_{n_i}\|) p_{ij} \quad (1.20)$$

1.1.2.2 SIDE: propriétés et exemples

Pollak *et al.*^[3] démontrent entre autre que la diffusion SIDE est un problème bien posé, et qu'il atteint une solution unique en un temps fini. De par la nature semi-discrète, itérative et fusionnel de ce type de diffusion, les auteurs ont observé qu'elle

4. L'intensité de chaque pixel d'une telle image est représenté par un vecteur dont la dimension est égale au nombre de canaux de couleurs utilisés.

était aussi beaucoup plus rapide que les autres types de diffusion non isotropique. Un exemple 1D est donné en figure 1.9. On peut y voir la grande efficacité du filtre à détecter l'échelon malgré un bruit très élevé. Sur la figure 1.10, la diffusion est appliquée à l'image SAR de la figure 1.5. Ici aussi, on peut remarquer la grande efficacité du filtre à détecter les deux zones.

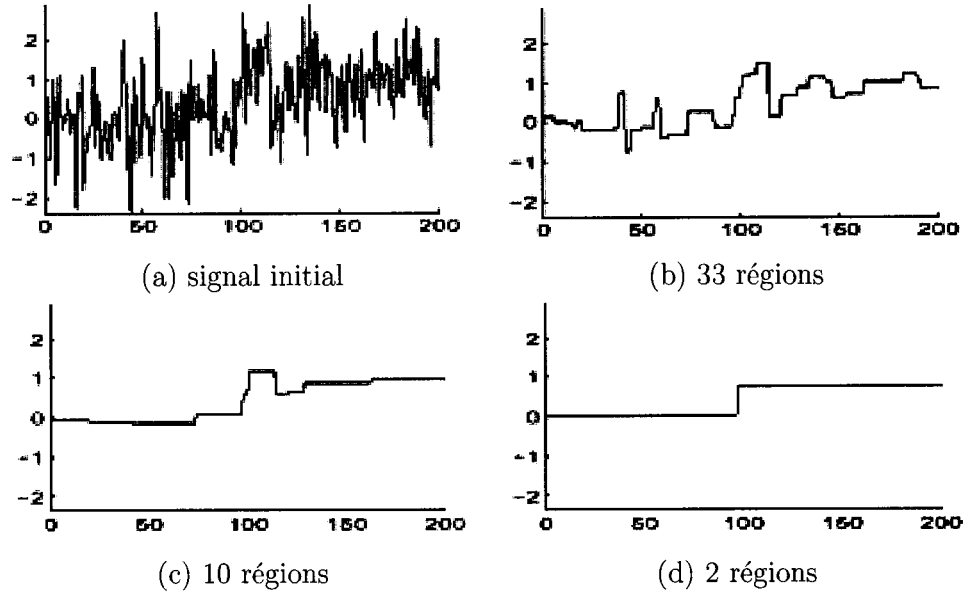


FIG. 1.9 – *Exemple de l'effet de la diffusion SIDE sur un échelon fortement bruité (tiré de [3])*

Dans ces deux exemples, il est important de remarquer que le processus a été **supervisé**. C'est l'utilisateur qui a indiqué à la diffusion de s'arrêter à $n = 2$ régions. C'était une connaissance à priori nécessaire au processus. C'est une contrainte très forte, même pour le cas des grains de beauté comme le reconnaissent Fleming *et al.*^[4]. En effet, il serait illusoire de croire que pour le cas d'un grain de beauté où le but final est d'obtenir $n = 2$ régions (la peau, et le grain de beauté), il suffit de spécifier effectivement à la diffusion de s'arrêter à deux régions pour avoir un bon

résultat. Les lésions n'étant pas de nature parfaitement homogène⁵, le risque de perdre certaines parties du grain de beauté serait très élevé. La solution adoptée par les auteurs est une méthode où la diffusion est arrêtée à $n > 2$, et où un classificateur rassemble les morceaux. Ils observèrent empiriquement que la qualité de la segmentation s'améliorait jusqu'à $n = 4$, puis demeurait constante. Pour assigner les 4 régions obtenues à chaque classe, les auteurs utilisent un classificateur linéaire entraîné sur 17 lésions et basé sur des indices chromatiques et texturaux. Un exemple de segmentation de lésion est donné sur la figure 1.11.

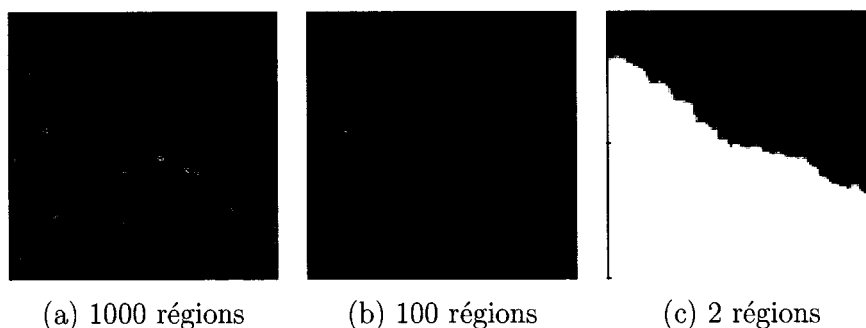


FIG. 1.10 – Exemple de l'effet de la diffusion SIDE sur l'image SAR de 1.5 (tiré de [3])

Résumé des méthodes globales d'analyse des lésions dermatologiques

En résumé, pour l'analyse automatique des grains de beauté, il est à souligner premièrement que dans ce domaine, la méthodologie de la prise de vue est fixée, et influe grandement sur la qualité des images. La technique d'acquisition utilisée est la microscopie épiluminescente (ELM), aussi appelée dermatoscopie. C'est une technique d'immersion avec couche d'huile [26]. Ce procédé rend la peau légèrement translucide et laisse apparaître les couches dermiques. Elle permet aussi la prise de vue très rapprochée des taches. Il en résulte des images d'une qualité peu comparable avec les images cliniques classiques, et diminue ainsi le taux d'erreur

5. L'hétérogénéité est justement un bon indicateur de l'évolution maligne d'une lésion.

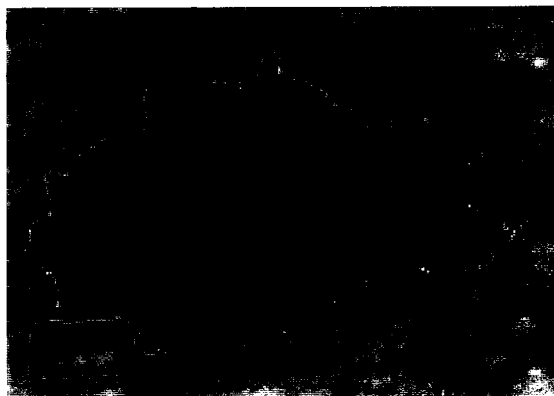


FIG. 1.11 – *Exemple de l'effet de la diffusion SIDE sur un grain de beauté (tiré de [4])*

de reconnaissance des lésions par des dermatologues entraînées de 50% [27]. Par ailleurs, il a été aussi démontré que la numérisation de ces images ne conduisait à aucune dégradation du contenu informationnel [28].

La technique de numérisation ELM, ajoutée au contraste naturellement élevé des lésions, conduit à des images d'une bonne clareté et définition. De plus, la forme d'un grain de beauté⁶, permet une prise de vue rapprochée, et des images à traiter dont la majorité de la surface est occupée par la lésion. Le reste de la peau est généralement exempt de "taches" étant donné que les taches habituelles sont de la taille des lésions étudiées. Seule la pilosité pose un réel problème, mais est efficacement éliminée par un filtre morphologique à base d'EDP. Nous n'avons pas de problème de pilosité avec les cicatrices.

Ainsi, les techniques de segmentation proposées tirent parti du bon contraste des images, de la forme des lésions, et de l'absence d'autres éléments perturbateurs que la pilosité et le bruit. Les contours actifs de Chung et Sapiro^[2] sont un bon exemple de solution qui atteindrait ses limites sur le cas des cicatrices.

6. Les grains de beautés sont globalement circulaires, alors qu'une cicatrice se rapproche plus d'un objet longiligne.

La diffusion SIDE est plus efficace, mais comme nous l'avons souligné, elle doit s'accompagner du travail d'un classificateur. La variété chromatique, dimensionnelle et texturale des cicatrices, et l'absence à l'heure actuelle de base de données nous ont néanmoins détourné de cette technique en temps que méthode de segmentation globale. En revanche, l'idée soutenue par la diffusion inverse en temps que rehausseur de contour et de contraste nous a encouragé à aller dans cette direction, pour une utilisation dans le prétraitement. De même, les outils utilisés par Chung et Sapiro dans leur prétraitement nous ont servi de point de départ. Dans la prochaine partie, nous allons ainsi présenter plus en détail un type de diffusion anisotropique plus élaboré, et un autre filtre à base d'EDP appelé filtres de choc, dont l'esprit s'approche beaucoup de la diffusion SIDE⁷.

1.2 Prétraitement: rehaussement

Dans cette partie nous allons présenter trois filtres de rehaussement. Le premier est un filtre médian adaptatif couleur dont l'étude nous a encouragé encore une fois à aborder le domaine de la diffusion anisotropique. Le deuxième filtre est un filtre anisotropique cohérent couleur qui a fortement inspiré notre méthodologie. Le troisième est un filtre de choc scalaire, dont l'idée est assez proche de la diffusion inverse, et que nous adapterons et généraliserons aussi dans notre méthodologie.

1.2.1 Filtrage médian adaptatif couleur

En utilisant un filtre médian scalaire avec une fenêtre rectangulaire dont le grand côté est parallèle à la cicatrice, nous avons observé que ce filtre avait une bonne efficacité quant au respect des contours de la cicatrice, et de l'élimination du bruit et des petites taches. C'est pourquoi nous avons d'abord essayé de pousser plus loin cette idée en testant un filtre médian adaptatif couleur.

⁷. Pollak *et al.* font d'ailleurs une comparaison de la diffusion SIDE avec un des filtres de choc [3].

La partie *couleur* de ce filtre est inspirée de Sapiro^[21]. Il démontre que dans un espace de couleurs tel que CIE-Lab, un filtre médian adapté à ces images, respectant et exploitant la corrélation des canaux est:

$$u_L(i_c, j_c) = \text{med}\{u_L(i, j) : (i, j) \in \mathcal{W}_{i_c, j_c}\} \quad (1.21)$$

et

$$\begin{cases} u_a(i_c, j_c) = \text{med}\{u_a(i, j) : (i, j) \in \mathcal{L}_{i_c, j_c}\} \\ u_b(i_c, j_c) = \text{med}\{u_b(i, j) : (i, j) \in \mathcal{L}_{i_c, j_c}\} \end{cases} \quad (1.22)$$

où \mathcal{L}_{i_c, j_c} est l'ensemble des pixels de \mathcal{W}_{i_c, j_c} où u_L prend la valeur médiane définie dans (1.21).

La partie *adaptive* est issue de Lin et Willson^[29] qui définissent un filtre médian en deux étapes. Chacune éliminant le bruit positif ou négatif. En bref, le filtre adapte la taille de la fenêtre \mathcal{W}_{i_c, j_c} en fonction de la descente relative d'intensité. Ainsi la taille de la fenêtre peut varier de 5*5 à 1*1.

Un exemple de l'effet de ce filtre est donné sur la figure 1.12. De ce que nous avons observé, même si le filtrage médian respecte dans une certaine mesure les cicatrices, il y a quand même une légère dégradation. Cela vient du fait, que tous les pixels sont susceptibles de voir leur intensité modifiée (sauf si la fenêtre associée est de taille 1*1, mais alors le bruit n'est pas éliminé). Sapiro prouve que le filtrage médian peut être vu et formalisé comme l'approximation d'un filtrage anisotropique, par une minimisation de flux variationnel ^[21]. C'est pourquoi, nous avons poursuivi dans cette approche.

1.2.2 Diffusion anisotropique cohérente

Dans cette section nous allons présenter en détail la diffusion dite anisotropique cohérente. Nous présenterons dans un premier temps le cas scalaire des images en niveaux de gris. Puis une généralisation aux images couleurs sera présentée.

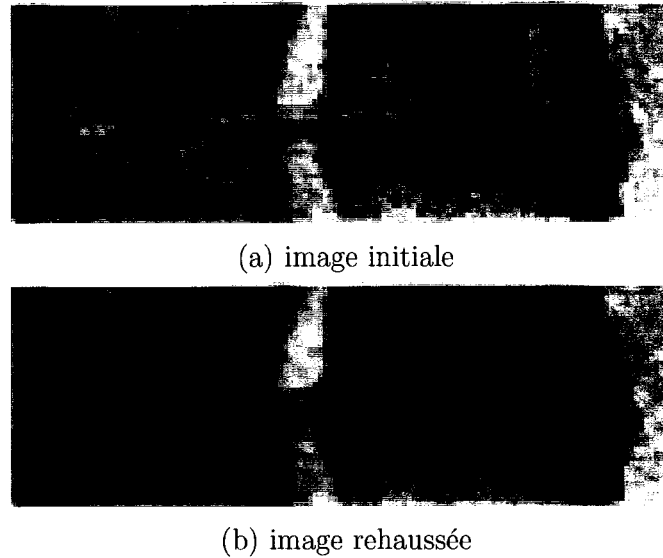


FIG. 1.12 – *Exemple de l'effet du filtrage médian couleur adaptatif*

Et enfin, une norme de cohérence adaptée aux objets comme les cicatrices sera abordée.

1.2.2.1 Cas scalaire

Les diffusions anisotropiques dites cohérentes consistent non plus à associer une fonction de diffusité scalaire g dans l'équation (1.8), mais une matrice D de taille 2×2 , appelée matrice de diffusion. Les premiers à avoir proposé cette approche furent Nitzberg et Shiotani [30]. Weickert [31], a beaucoup oeuvré dans ce domaine, et qualifie la diffusion de Perona et Malik d'uniforme dans le sens où elle diffuse toujours de la même manière dans la direction du gradient et de sa normale. Par opposition à cette diffusion **circulaire** à rayon variable, Weickert propose une diffusion **elliptique** dont les deux rayons, ou diffusités, peuvent éventuellement varier, l'un étant orienté dans la direction perpendiculaire au contour, et l'autre dans la direction parallèle. Une représentation de ce comportement est donnée en figure 1.13. La manière de définir la façon dont varient ces deux diffusités est donc déterminante. L'équation

(1.8) devient ici:

$$\partial_t u = \operatorname{div}[D \nabla u] \quad (1.23)$$

et comme conditions aux frontières de l'image:

$$\begin{aligned} u(t=0) &= f \\ \langle D \nabla u, n \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (1.24)$$

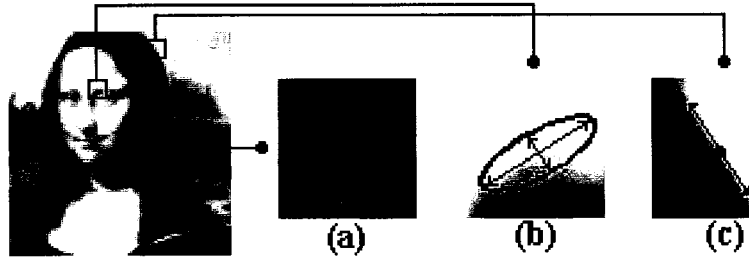


FIG. 1.13 – *Comportement de la diffusion cohérente elliptique en fonction de la présence ou non de contour*

Pour définir D , Weickert utilise une mesure de la cohérence locale, tout comme Perona et Malik avaient utilisé $|\nabla u_\sigma|^2$ comme mesure de la présence d'un contour (section 1.1.1.2). Ici cette mesure doit non seulement renseigner sur la présence locale de structure cohérente comme un contour, mais aussi sur la direction de celui-ci. Pour cela, au lieu d'utiliser ∇u_σ , il utilise le produit tensoriel :

$$J_\rho(\nabla u_\sigma) = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{pmatrix} = \mathcal{N}_\rho * (\nabla u_\sigma \otimes \nabla u_\sigma) = \mathcal{N}_\rho * (\nabla u_\sigma \nabla u_\sigma^T) \quad (1.25)$$

La convolution par \mathcal{N}_ρ se fait par composant. Alors J_ρ est symétrique semi-définie positive, et possède une base orthornormale de vecteurs propres w_1 et w_2 ,

tel que $w_1 \parallel \nabla u_\sigma$ et $w_2 \perp \nabla u_\sigma$, et de valeurs propres μ_1 et μ_2 :

$$\begin{aligned}\mu_{1,2} &= \frac{1}{2}(j_{11} + j_{22} \pm \Delta_0) \\ \Delta_0 &= \sqrt{(j_{11} - j_{22})^2 + 4j_{12}^2}\end{aligned}\tag{1.26}$$

$$w_1 = \begin{pmatrix} \frac{2j_{12}}{\sqrt{(j_{22}-j_{11}+\Delta_0)^2+4j_{12}^2}} \\ \frac{j_{22}-j_{11}+\Delta_0}{\sqrt{(j_{22}-j_{11}+\Delta_0)^2+4j_{12}^2}} \end{pmatrix}\tag{1.27}$$

Le paramètre ρ permet d'intégrer les variations de niveaux de gris sur un domaine $\mathcal{O}(\rho)$. Ainsi le choix de ce paramètre doit se faire en fonction de l'échelle des données que l'on étudie dans l'image. Le paramètre de régularisation σ sert à stabiliser l'EDP en s'affranchissant du bruit à une échelle très faible.

Ainsi des zones homogènes sont caractérisées par des valeurs propres $\mu_i \approx 0$. Une frontière contrastée donne $\mu_1 \gg \mu_2 \approx 0$, et un coin ou frontière à forte courbure donne $\mu_1 \geq \mu_2 \gg 0$. Par conséquent, Weickert propose la différence:

$$\mu_1 - \mu_2 = \Delta_0\tag{1.28}$$

comme bon indicateur du niveau de cohérence. Alors, il définit la matrice de diffusion D en conservant les vecteurs propres de J_ρ , mais en caractérisant les valeurs des diffusités $\lambda_{1,2}$:

$$D(J_\rho(\nabla u_\sigma)) = (w_1|w_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}\tag{1.29}$$

avec ici, des diffusités $\lambda_{1,2}$ définies comme dans le tableau 1.4.

Interprétation de D et de $\lambda_{1,2}$

Cette manière de définir $\lambda_{1,2}$ conduit à une diffusion cohérente que nous appellerons *diffusion cohérente 1*. On voit que λ_2 est une fonction croissante de Δ_0 , donc de

TAB. 1.4 – *Diffusion cohérente 1: diffusion constante selon la direction perpendiculaire au contour et variable selon la direction parrallèle*

$$\lambda_1 = \alpha \quad (1.30)$$

$$\lambda_2 = \begin{cases} \alpha & \text{si } j_{11} = j_{22} \text{ et } j_{12} = 0 \\ \alpha + (1 - \alpha) \exp\left(\frac{-1}{\Delta_0^2}\right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.31)$$

la cohérence. Il s'agit d'une diffusion elliptique, qui diffuse avec un facteur $\alpha \in [0,1]$ selon la direction parrallèle à ∇u , et d'une façon d'autant plus forte parrallèlement à la structure locale selon que la cohérence est élevée. Ainsi, il vaut mieux choisir un α assez faible, pour qu'il ne dégrade pas trop les contours, puisque cette diffusité sera appliquée tout le temps. Malgré tout, ce choix de diffuser un tant soit peu aussi dans la direction de ∇u permet d'assurer la positivité et semi-définition du tenseur de structure. Un des avantages selon Weickert de cette diffusion est aussi d'avoir la capacité de fermer des segments de structures qui seraient ouverts. Cela est particulièrement utile et efficace dans le cas des empreintes digitales par exemple. Il en serait de même pour refermer certaines parties des cicatrices qui seraient manquées par la résolution du numériseur.

Exemple "Diffusion Cohérente"

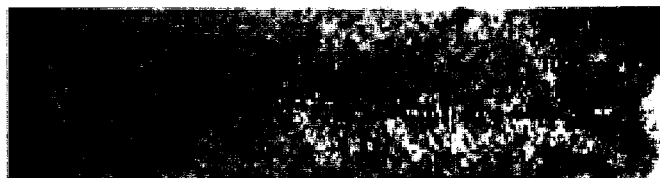
Nous avons testé ce type de diffusion sur les cicatrices. Pour l'implémentation⁸ nous avons testé une manière semi-implicite à base d'AOS comme pour la diffusion scalaire^[32], et aussi une manière explicite à base de masque dérivateur rotationnellement invariant^[33]. Cette deuxième manière s'est révélée être très efficace, simple, et permettant des temps itératifs Δt aussi élevés que dans le cas semi-implicite, ainsi que des temps de calculs plus rapide⁹.

On peut voir un exemple de résultat sur la figure 1.14. Ce résultat est typique

8. Pour plus des détails sur cette étape importante qu'est le choix de la discrétisation, le lecteur se référera à l'annexe II.

9. Celle à base d'AOS est surtout intéressante pour une implantation avec calculs parrallèles.

de la diffusion cohérente 1, et on reconnaît leur capacité à fermer des contours. En diffusant plus fort parrallèlement au contour, cela les ferme , mais aussi créé des objets assez indésirables sous forme de nombreuses *vaguelettes*. Ces vaguelettes résultent de l'étalement des taches exterieures. Si aucune tache ou irrégularité n'est présente en dehors de la cicatrice, alors le résultat est tres satisfaisant.



(a) image initiale



(b) image rehaussée, diffusion cohérente 1



(c) image rehaussée, diffusion cohérente 2

FIG. 1.14 – Exemple de l'effet de la diffusion cohérente

En définissant autrement λ_1 et λ_2 , on peut obtenir une diffusion anisotropique cohérente légèrement différente, que nous appellerons *diffusion cohérente 2*. En effet, comme les cicatrices que nous étudions sont particulièrement fragiles, il est préférable de prendre le parti de toujours diffuser dans la direction parrallèle au contour, et diffuser perpendiculairement uniquement en dessous d'un certain critère de cohérence. Weickert propose aussi ce type de diffusion cohérente, en l'appelant plutôt toutefois diffusion de "rehaussement de contour" ^[34]. Mais comme dans la

littérature, on la trouve aussi en temps que diffusion dite cohérente, nous l'appellerons cohérente 2 pour la différencier avec la précédente. On la retrouve plus récemment dans ^[35] par exemple:

TAB. 1.5 – *Diffusion Cohérente 2: diffusion variable selon la direction perpendiculaire au contour et constante selon la direction parrallèle*

$$\lambda_1 = \begin{cases} \alpha \left(1 - \frac{\Delta_0^2}{s^2}\right) & \text{si } \Delta_0^2 \leq s^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.32)$$

$$\lambda_2 = \alpha \quad (1.33)$$

Interprétation de D

Ici nous avons une diffusion elliptique, dont le rayon lié à la direction perpendiculaire au contour peut varier d'une valeur nulle¹⁰ à α (diffusion isotropique circulaire). La fonction qui régit l'évolution de λ_2 en fonction de la cohérence Δ_0 est une fonction de Tukey, décroissante entre 0 et le seuil s^2 . Le choix du paramètre s est donc d'une grande importance. Pour un contour présentant un niveau de cohérence inférieur à s , le contour est *protégé* car aucune diffusion n'est opérée dans la direction perpendiculaire à celui-ci. Malgré tout, dans cette situation, il subsiste une diffusion dans la direction parrallèle. Non seulement celle-ci continue à éliminer le bruit, mais elle rehausse aussi légèrement le contour en homogénéisant les régions de part et d'autre du contour. On peut voir un exemple de résultat sur la figure 1.14. Même si ce filtre conserve la tendance à vouloir clore des contours, elle est ici minimisée par l'approche adoptée pour définir les λ_i . Et soulignons que cette tendance est contrôlable par le critère s^2 .

10. Une telle diffusion, uniquement dans la direction parrallèle au contour, est aussi appelée aussi "Mean Curvature Motion" (MCM).

1.2.2.2 Tenseur couleur

Dans cette partie nous allons voir comment généraliser les précédentes diffusions à des images couleurs, en essayant d'exploiter la corrélation des canaux, plutôt que d'appliquer simplement le même traitement à chaque canal. En 1997, Weickert^[36] propose une manière de généraliser la diffusion cohérente^[31] en définissant un tenseur de structure d'images vectorielles. Ce tenseur s'inspire du détecteur de contour et du gradient d'images vectorielles de Di Zenzo^[37]:

$$\sum_{i=1}^3 \nabla u_i (\nabla u_i)^T \quad (1.34)$$

Weickert le généralise en introduisant un facteur d'intégration d'échelle ρ et de bruit σ , et en ajoutant les tenseurs de structure de chaque canal i en un unique tenseur de structure:

$$J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma) = \sum_{i=1}^3 J_\rho(\nabla u_{i,\sigma}) \quad (1.35)$$

En utilisant ce tenseur de structure d'images couleurs, on applique ensuite la même diffusité D à chaque canal. Non seulement cette méthode permet d'éviter de créer des artefacts liés au rehaussement de faux contours propres à chaque canal, mais elle est aussi plus rapide car une seule matrice de diffusité est utilisée et calculée pour chaque canal.

1.2.2.3 Norme positive

Dans ce qui a précédé, nous utilisons comme mesure de cohérence, la norme Δ_0 comme définie dans (1.28). En fait, plusieurs choix étaient possibles:

- $\Delta_0 = \mu_1 - \mu_2$, appelée dans la littérature *norme de cohérence*.
- $\Delta_1 = \mu_1$, extension naturelle de la norme du gradient dans le cas scalaire, elle est vue comme la valeur de la variation locale maximale
- $\Delta_2 = \mu_1 + \mu_2$, souvent choisie car facile à calculer ($\Delta_2 = \text{trace}(J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma))$)

En fait, cette dernière norme est plus adaptée dans notre cas. En effet, Tschumperlé et Deriche ^{[38][39]} démontrent qu'elle favorise les points où la structure est un coin ou une zone de forte courbure ($\mu_1 \geq \mu_2 \gg 0$).

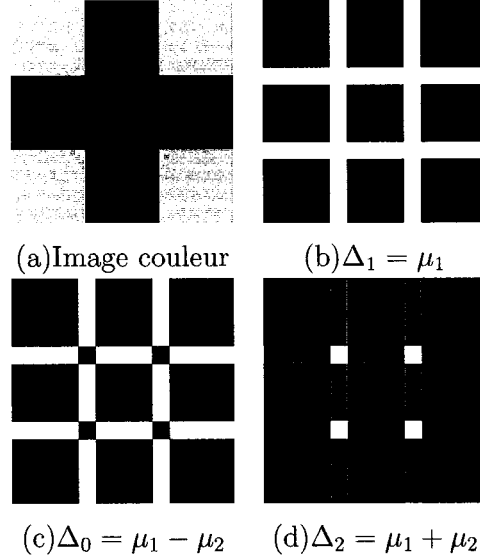
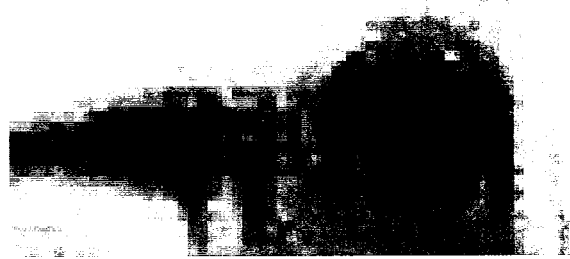


FIG. 1.15 – *Différentes normes de variation vectorielles*

Un exemple du comportement de ces trois normes sur une image couleur est présenté à la figure 1.15. On voit que la norme Δ_0 pose problème au niveau des points selles de l'image (jonctions et coins). Dans ces zones, une telle norme laisserait diffuser. Au contraire, la norme Δ_2 favorise ces régions en offrant une valeur plus élevée dans ces zones. Dans notre situation, ce genre de régions se rencontre souvent le long des cicatrices de par leur nature fragile et assez morcelée, en particulier quand celles-ci sont fractionnées, et aux extrémités qui sont deux points selles très marqués. Dans nos expériences, nous avons en effet bien observé qu'en utilisant la norme Δ_0 , les extrémités des cicatrices sont fortement *dégradées* sur une certaine longueur par une diffusion aussi forte que dans les régions homogènes. Les cicatrices étant des objets particulièrement fragiles, il est intéressant d'utiliser la norme Δ_2 . Sur la figure 1.16, on peut voir un exemple sur un morceau de cicatrice.

Dans le cas de la norme Δ_0 (figure 1.16(a)), les fines irrégularités du contour de la cicatrice qui peuvent être considérées comme autant de points selles, sont perdues.



(a) Image rehaussée avec la norme Δ_0



(b) Image rehaussée avec la norme Δ_2

FIG. 1.16 – Exemple de l'influence de la norme de variation vectorielle: Δ_0 vs Δ_2

1.2.3 Filtre de choc

À la section 1.1.2 nous avons présenté la diffusion inverse stabilisée SIDE de Pollak *et al.*^[3] et son intérêt dans le rehaussement de contour et de contraste. Dans leur étude, ces auteurs font une comparaison avec un certain type de filtre à base d'EDP appelés filtres de choc. La souplesse mathématique offerte par les EDP et leur plus grande autonomie en tant que filtre à part entière (et non comme outil de segmentation à n régions comme la diffusion SIDE), les filtres de chocs se sont montrés bons candidats à s'insérer dans un pré-traitement.

Les filtres de choc furent d'abord proposés par en 1987 par Rudin^[40], puis amélioré en 1990 par Rudin et Osher^[41], en 1994 par Alvarez et Mazorra^[42], et enfin généralisés par Remaki et Chériet^[43] en 2001. Ce sont des filtres à bases

d'EDP hyperboliques. Le principe est d'amplifier les changements de pentes sur l'image, et créer ainsi des "chocs" d'intensité. Ceci a pour but d'éliminer le bruit (quand il est faible) et le flou, et ainsi rehausser le contraste.

Dans le cas "non directionnel", l'équation proposée par Remaki Cheriet est la suivante :

$$\partial_t u = -a_1 F_1(\partial_{xx} u, \partial_x u) \partial_x f_1(u) - a_2 F_2(\partial_{yy} u, \partial_y u) \partial_y f_2(u) \quad (1.36)$$

Où les fonctions F_i sont des fonctions qui localisent l'endroit où a lieu le choc, et telles que $F_i(x,y)xy \geq 0$, généralement prises :

$$F_i(a,b) = \text{sign}(a) \cdot \text{sign}(b) \quad (1.37)$$

Les fonctions a_i et f_i sont des fonctions contrôlant la vitesse du choc proposés par Remaki et Cheriet. Comme on peut le voir dans (1.36), le choc se fait à la fois selon x et selon y . Précisons pour alléger les notations, que même si cela n'est pas noté dans l'équation, l'image u est toujours régularisée par une gaussienne \mathcal{N}_σ . On peut aussi définir un filtre de choc qui soit directionnel selon le gradient. L'équation (1.36) devient alors :

$$\partial_t u = -a F(\partial_{\eta\eta} u, \partial_\eta u) f(u_\eta) \quad (1.38)$$

où η désigne la direction du gradient.

Exemple de résultat d'un filtre de choc

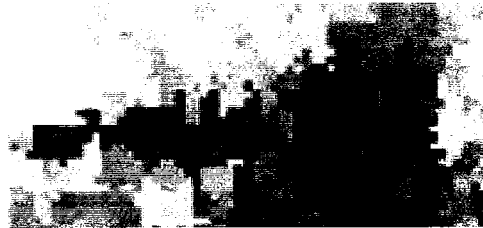
Dans cet exemple nous n'exploiterons pas les fonctions a et f . Comme suggéré par Remaki et Cheriet, nous prendrons numériquement en tout point (i,j) , et itération n :

$$\begin{aligned}
 a_1(i,j) &= a_2(i,j) = 1 \\
 \partial_x f_1(i,j) &= \partial_y f_2(i,j) = u_n(i,j)
 \end{aligned}
 \tag{1.39}$$

Pour cet exemple, nous avons utilisé un schéma numérique explicite inspiré de ^[42], avec une division des directions des gradients en quatre cadrants (les quatre directions d'un voisinage 3*3).



(a) Image originale



(b) Image rehaussée

FIG. 1.17 – Exemple de l'effet d'un filtre de choc directionnel

L'exemple est donné sur la figure 1.17. On peut apprécier le rehaussement significatif du contraste de la cicatrice. Mais on peut aussi voir que le filtre n'est pas assez *sélectif* dans le sens où il rehausse le fond de l'image aussi, de telle sorte que des zones homogènes apparaissent et risquent de créer des artefacts de contours. A notre connaissance, aucune proposition de généralisation aux images couleurs ne se résumant pas à appliquer le filtre identiquement à chaque canal n'a été faite à ce jour. La grande qualité de ces filtres est de diminuer le flou et ainsi rehausser le contraste des images. Le défaut, constaté par Pollak *et al.*^[3] dans leur comparaison et que l'on peut observer sur l'exemple donné, est que ces filtres sont sensibles au

bruit, et que ce dernier doit être préalablement éliminé.

1.3 Segmentation et détection de contours d'images couleurs

La détection de contours est une des approches les plus populaires utilisées en segmentation. Ceci vient du fait que le contour d'un objet sur une image est très souvent représentatif de l'objet, et c'est souvent aussi un des objectifs, au moins indirect, à atteindre dans beaucoup d'applications. Celle des cicatrices et du sujet de cette maîtrise avec les indices cliniques à extraire en est un très bon exemple. Cette popularité vient aussi du fait que la recherche dans ce domaine reste active depuis plus de trente ans. La première publication portant sur la détection de contours d'images couleurs date de 1977, par Nevatia^[44]. D'après Ruzon, depuis cette date, seulement 18 publications dans des journaux scientifiques traitent du problème de la détection de contours pour images couleurs^[45] ce qui est très peu. Ruzon ajoute que presque toutes s'efforcent d'adapter et de généraliser un détecteur de contour précédemment développé pour les images scalaires, aux images couleurs. Parmi les détecteurs de contours d'images scalaires, citons le plus connu, populaire et un des plus efficaces: le détecteur de Canny^[46]. Les publications sur la détection de contours d'images couleurs peuvent s'organiser en trois familles. La première correspond au schéma de la figure 1.18.

1.3.1 Détecteurs bout en bout

Cette famille est la plus populaire car elle est facilement implémentable. Il s'agit d'utiliser un détecteur de contours d'images scalaires sur chacun des canaux de couleurs de l'espace dans lequel l'image est représentée (RGB sur la figure), puis de fusionner les cartes de contours obtenues. Ce type d'approche n'exploite finalement que très peu les informations liées à la couleur. Car si la décomposition en trois canaux *Rouge Vert Bleu* (RGB) tire son origine de la manière physiologique

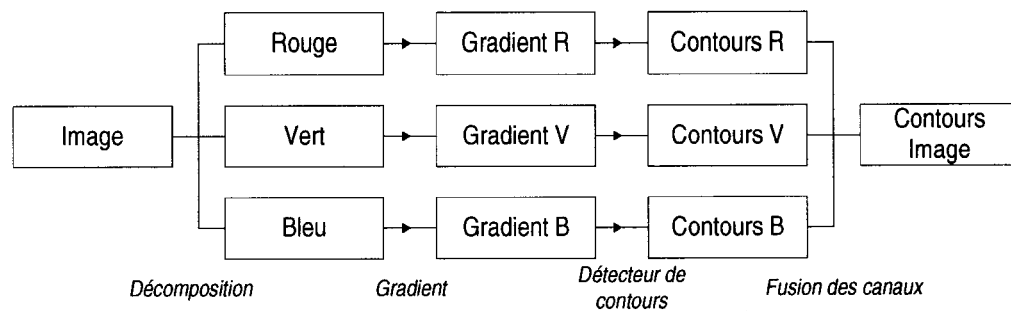


FIG. 1.18 – Famille des détecteurs de contours couleurs à structure parallèle bout en bout

de l'oeil de percevoir les couleurs¹¹, et donc semble naturelle, la représentation d'un contour ne l'est pas. Nous ne percevons pas un contour par décomposition en trois canaux, mais par un *passage* d'une couleur à une autre. Il existe donc des informations de corrélations entre canaux qu'il faut s'efforcer d'exploiter, comme nous l'avons déjà évoqué dans les prétraitements.

1.3.2 Détecteurs avec gradient multidimensionnel

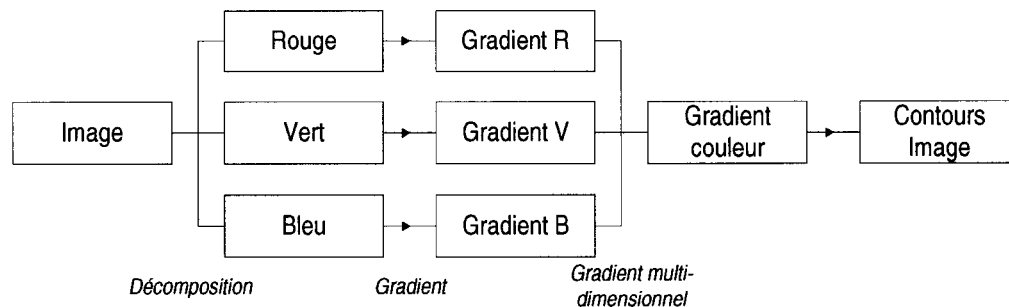


FIG. 1.19 – Famille des détecteurs de contours couleurs à gradient de type multi-dimensionnel

11. Sur les 6 à 7 millions de cônes situés sur la rétine de chaque oeil, 65% sont sensible au rouge, 33% sont sensibles au vert, et seulement 2% sont sensibles au bleu, mais ces derniers sont les plus réceptifs. Pour plus de détails sur les mécanismes physiologiques de la couleur, voir ^[13]

La deuxième famille consiste à utiliser une valeur de gradient (intensité et orientation) commune à chaque canal, mais calculé à partir des 3 canaux. Il s'agit principalement du gradient couleur de Di Zenzo^[37] déjà présenté à la section 1.2.2.2 utilisé par Weickert dans son tenseur couleur:

$$\sum_{i=1}^3 \nabla u_i (\nabla u_i)^T \quad (1.40)$$

Dans ce cadre, un des détecteurs de contours d'images couleurs les plus connus et efficaces est le détecteur de Canny avec gradient multidimensionnel. Deux exemples de ce qu'un tel détecteur peut fournir sur les images de cicatrices est donné sur la figure 1.20.

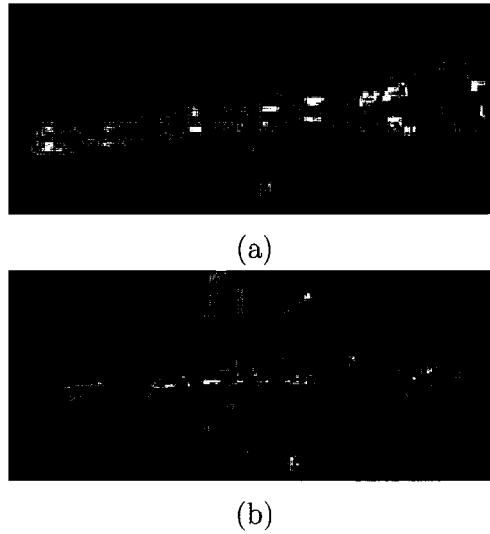


FIG. 1.20 – Image de l'intensité du gradient multidimensionnel sur deux cicatrices

Sur la figure 1.20(a), on peut raisonnablement espérer après un seuillage par exemple obtenir un contour presque complet de la cicatrice. Mais sur la figure 1.20(b), le détecteur a manqué de trop gros morceaux de la cicatrice. Sur cette même figure, les trois points très contrastés sur les côtés sont des grains de beauté. Cette remarque nous fait prendre ici encore la mesure de la difficulté des objets que

sont les cicatrices par rapport aux grains de beautés. Les légères marques verticales sont les contours des traces de bronzage du patient.

1.3.3 Détecteurs avec représentation vectorielle

Les détecteurs de cette famille s'efforcent de garder la nature vectorielle de la représentation de la couleur tout au long du processus, sans considérer chaque canal de façon indépendante. Trois principales publications concernent cette famille. La première, de Yang et Tsai^[47], consiste à réduire localement la dimensionnalité de la couleur en projetant l'image locale d'un bloc de 8*8 pixels sur la meilleure couleur, puis en calculant un gradient simple sur cette projection. La deuxième, de Trahanias et Venetsanopoulos^[48], propose une approche statistique locale utilisant une définition de vecteur médian d'un ensemble. Nous ne présenterons en détail aucune de ces deux méthodes car elles sont très éloignées de celle que nous utiliserons dans notre méthodologie. La troisième, de Ruzon et Tomasi^[49], utilise un opérateur appelé *opérateur compas*. Celui-ci utilise des distributions de couleurs pour représenter les voisinages locaux de pixels, et une distance appelée *Earth Mover's Distance* (EMD) pour calculer la distance entre deux distributions. Localement l'opérateur considère un voisinage circulaire de pixels, divisé en deux sous-voisinages séparés par un diamètre dont l'orientation varie. En faisant tourner ce *compas* de 180°, l'opérateur calcule la distance EMD entre les distributions de chaque sous-voisinage. L'orientation du contour est donné par le maximum de la distance EMD. Nous reviendrons en détails sur cet opérateur qui est le coeur du détecteur de Ruzon et Tomasi, car c'est celui qui a inspiré notre méthodologie.

1.4 Résumé

Dans cette revue des connaissances nous avons vu deux méthodes s'appliquant à l'étude automatique des grains de beauté. Nous avons mis en relief leurs défauts

quant à une application directe au problème des cicatrices. Malgré tout, plusieurs de leurs avantages ont retenu notre attention, et des techniques comme la diffusion anisotropique et la diffusion inverse nous ont conduit à approfondir ces directions dans le cadre du rehaussement d'images. Il faut garder à l'esprit qu'une des contraintes les importantes, tant du point de vue de la qualité des images que du contexte biomédical, est de ne pas dégrader les contours, et conserver ces attributs. La diffusion anisotropique offre un outil souple et efficace pour éliminer le bruit. En utilisant la cohérence couleur, on obtient une généralisation judicieuse. Les filtres de choc présentent la même efficacité, mais dans le domaine de la réduction du flou et de rehaussement de contraste. Ces deux filtres sont à base d'EDP, et nous tirerons parti de cette caractéristique dans notre méthodologie. Ce souci de précision et de respect des attributs se prolonge dans le choix du détecteur de contour. La difficulté des images de cicatrices oblige à nous positionner dans le domaine des détecteurs à représentation vectorielle. Nous avons vu en effet qu'un détecteur à base de gradient couleur généralisé ne suffisait pas, bien que celui-ci soit un détecteur plus sophistiqué que ceux de la famille des détecteurs bout en bout.

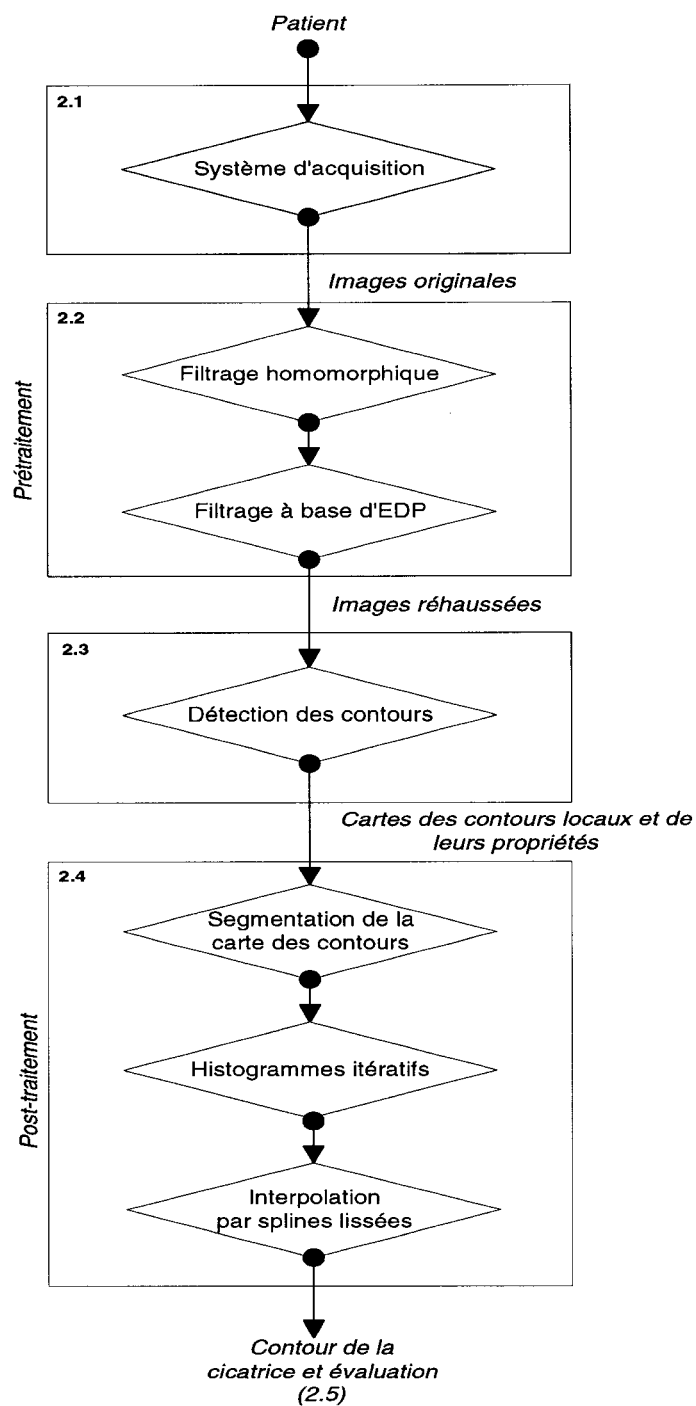


FIG. 1.21 – Plan de la méthodologie

CHAPITRE 2

MÉTHODOLOGIE

Ce chapitre présente la méthodologie proposée pour l'extraction du contour d'une cicatrice issue d'une chirurgie de correction d'une scoliose, et de plusieurs indices cliniques. La section 2.1 présente la procédure et le système d'acquisition INSPECK (INSPECK Inc. Montréal). La section 2.2 présente un algorithme de prétraitement, composé de deux filtres. La section 2.3 présente un algorithme de segmentation capable de fournir une carte multi-valuées analysant l'image, et fournissant comme indices en chaque pixel la probabilité de présence d'un contour, son orientation, et un indice d'asymétrie. La section 2.4 présente un post-traitement qui à partir de la carte précédente, isole et extrait le contour de la cicatrice, modélisé par deux splines lissées.

Nos contributions dans cette méthodologie sont les suivantes. Premièrement, à la section 2.2, la fusion des deux filtres utilisant la plus récente version d'un filtre de choc, sa généralisation aux images couleurs, et sa dépendance à la cohérence locale est une contribution importante de ce projet de maîtrise. L'étude de ce filtre dans son ensemble et de tous ses paramètres pour démontrer son efficacité, a été aussi une part importante du travail. Indépendant des cicatrices, ce filtre peut s'appliquer à tout type d'images comme filtre de rehaussement. À la section 2.3, l'opérateur compas est utilisé tel quel, il n'y a donc aucune contribution à ce niveau. Par contre le post-traitement a été complètement repensé. Ainsi, à la section 2.4, l'algorithme d'étude itérative des histogrammes locaux est aussi une contribution importante dans ce projet. Spécifiquement conçu pour les cicatrices, cet algorithme élimine efficacement les taches et isole les pixels liés à la cicatrice. Plus globalement, une contribution importante a été de rassembler ces différents outils et techniques issues de domaines différents (vision, traitement d'images couleurs, reconnaissance

de forme, mathématiques appliquées) pour proposer une méthode d'extraction du contour d'objets difficiles tels que sont les cicatrices.

2.1 Système d'acquisition

Les domaines de la vision et de l'acquisition 3D connaissent un essor important depuis quelques années. Ils trouvent leurs applications dans le domaine des effets spéciaux, des jeux vidéos, et du design audiovisuel en général, mais aussi dans le milieu biomédical et la chirurgie plastique. Le système d'acquisition utilisé est celui de la figure 2.1. Le patient est placé au centre d'un triangle formé par trois numériseurs INSPECK. Ce système à trois caméras est capable de numériser en 3D le tronc complet du patient¹. Dans le cadre de notre sujet de recherche, seules les données issues de la caméra faisant l'acquisition 3D du dos sont utilisées. Les deux autres caméras servent à acquérir la partie avant du patient. Nous ne détaillerons donc pas ici les procédures de calibrage et de fusion entre caméras.

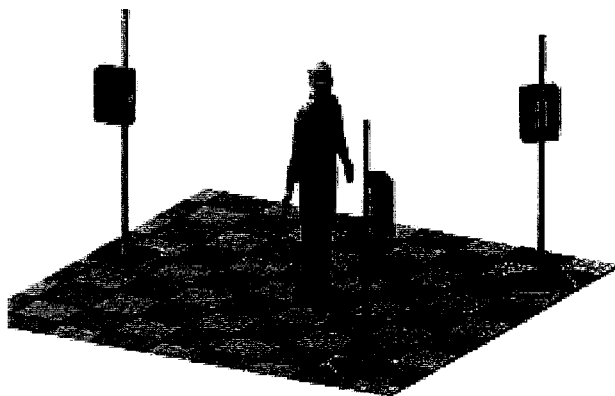


FIG. 2.1 – *Système d'acquisition du tronc complet INSPECK (tiré de [5])*

Un numériseur INSPECK est composé d'une caméra CCD et d'un projecteur

1. Une telle acquisition sert à l'étude des déformations de la géométrie externe du tronc et de leurs liens avec celles de la colonne vertébrale, dans le cadre de la scoliose idiopathique.

de franges en lumière halogène. Quelques caractéristiques du modèle utilisé dans le cadre de ce projet (modèle Dual Field) sont résumées dans le tableau 2.1. Les résolutions matricielle et latérale sont directement reliées à la matrice CCD utilisée pour l'acquisition de la texture couleur et des images franges, alors que la résolution en profondeur est issue de la procédure de calibrage du volume de visualisation.

TAB. 2.1 – *Quelques caractéristiques du numériseur INSPECK DF (tiré de ^[1])*

Résolution matricielle	0.3 millions pixels (640*480)
Résolution latérale (X,Y)	1.8 mm
Résolution profondeur (Z)	1.3 mm
Rapport S/B	66 dB
Temps d'acquisition	0.7 s

Cette technique de reconstruction combine l'interférométrie par décalage de phase et la triangulation. Le numériseur fait l'acquisition de 4 images successives de l'objet sur lequel est projeté un réseau de franges déphasé. L'intensité lumineuse u_{ij} en chaque pixel (i,j) peut s'exprimer de la façon suivante:

$$u_{ij} = u_{ij}^0 [1 + C_{ij} \cos(\varphi_{ij} + \alpha)] \quad (2.1)$$

avec:

u_{ij} l'intensité lumineuse globale

u_{ij}^0 l'intensité lumineuse sans projection de franges

C_{ij} le contraste local

φ_{ij} la phase spatiale reliée à la position d'un point de l'objet

α la phase spatiale induite, introduite mécaniquement en déplaçant le réseau

À la suite de ces quatre images, une cinquième, destinée à être la texture,

est acquise sans projection de franges. Les quatre images avec franges permettent d'obtenir l'expression de la phase en chaque pixel. Connaissant le pas du réseau et la géométrie du système (distances entre caméra, projecteur et plan de référence), il est possible de calculer la différence de phase $\Delta\varphi$ entre la phase de l'objet et la phase correspondant au plan de référence. On obtient alors, par triangulation, la distance en profondeur de l'objet.

Dans le cadre de l'acquisition des images avec projections, l'éclairage ambiant doit être relativement faible, et non directif pour ne pas interférer avec le contraste des franges. Malheureusement, cette faible *illumination* est toujours présente au moment d'acquérir la texture couleur car l'ensemble du processus d'acquisition est automatique, et doit être rapide pour éviter que le patient bouge trop. Cette contrainte d'illumination justifie en partie l'importance de l'algorithme de pré-traitement que nous allons présenter.

2.2 Algorithme de prétraitement

Comme nous l'avons évoqué en introduction et dans la revue des connaissances, un prétraitement des images est une étape importante de la méthodologie. La résolution relativement faible de la matrice CCD de la caméra², ajoutée à une faible illumination, ainsi que la nature même des objets étudiés, conduit à des images peu contrastées, avec un niveau de bruit assez élevé à l'échelle de la largeur de la cicatrice. Les objectifs du prétraitement sont de corriger les défauts d'illumination, d'éliminer le bruit et les petites taches autant que possible sans dégrader la cicatrice, et de rehausser les contours et le contraste de la cicatrice.

Le prétraitement proposé est composé de deux étapes. La première est un filtrage homomorphique qui corrige l'illumination. La deuxième est un filtre à base d'EDP, fusion d'une diffusion anisotropique et d'un filtre de choc, tous deux ex-

2. Les caméras numériques grand public atteignent aujourd'hui rapidement 4 millions de pixels et plus, là où 0.3 millions de pixels représente l'entrée de gamme.

exploitant la cohérence couleur locale.

2.2.1 Filtrage homomorphique

Dans l'étude de la formation d'une image, on trouve le modèle suivant. L'intensité lumineuse $u(x,y)$ en chaque point d'une image est caractérisée par deux composantes. La première, appelée *illumination* et notée $0 < i(x,y) < \infty$, est la quantité de lumière incidente sur la scène vue. La deuxième, appelée *réflectance*³ et notée $0 < r(x,y) < 1$, est la quantité de lumière réfléchiée par les objets de la scène. Celle-ci dépend beaucoup de la nature des surfaces des objets et de l'angle de vue selon lequel on les observe. Ces deux composantes forment l'intensité lumineuse globale perçue qui s'exprime sous la forme d'un produit:

$$u(x,y) = i(x,y) \cdot r(x,y) \quad (2.2)$$

Le filtrage homomorphique est un filtre connu en traitement d'image, qui utilise cette modélisation^[13]. Il s'agit d'un filtrage fréquentiel. L'illumination répond en général à des variations d'intensité lentes, donc associée à des basses fréquences. La réflectance, reliée aux objets et donc aux contours et changements brusques de luminosité, est associée à des fréquences élevées. Mais la non-linéarité de l'équation (2.2) empêche d'y appliquer efficacement un filtre fréquentiel $H(u,v)$ car:

$$\mathcal{F}[u(x,y)] \neq \mathcal{F}[i(x,y)] \cdot \mathcal{F}[r(x,y)] \quad (2.3)$$

L'idée est alors de prendre préalablement le logarithme népérien de l'image pour dissocier l'illumination de la réflectance. L'algorithme est alors celui de la figure 2.2. Comme le filtre élimine les basses fréquences, et que celles-ci ne concernent pas les contours, on peut raisonnablement supposer que les variations d'intensité concernées par le filtre soient continues entre les canaux de l'espace des couleurs

3. Dans le cas de radiographie X, on parle de transmittance.

choisi. En effet, l'illumination tire sa source de la lumière incidente ambiante sur la scène. Celle ci est généralement homogène dans sa structure (son spectre). Par conséquent, aucune corrélation n'est exploitable, et il est suffisant d'appliquer ce filtre identiquement à chaque canal de couleur.

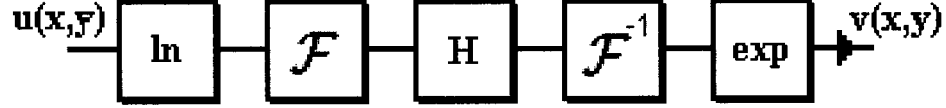


FIG. 2.2 – Principe d'un filtre homomorphique

Comme filtre H , nous choisissons le filtre suivant :

$$H(u,v) = (g_H - g_L)(1 - \mathcal{N}_\sigma(u,v)) + g_L \quad (2.4)$$

avec $g_H > 1$ et $g_L < 1$ réels positifs, $\mathcal{N}_\sigma(u,v)$ gaussienne normalisée centrée en l'origine de variance σ^2 . On a alors, en 1D, un filtre de réponse fréquentiel dont l'allure est celle de la figure 2.3. Ce filtre est un filtre dit *highboost* dans la littérature, car il amplifie les hautes fréquences, et diminue la contribution des basses fréquences. En pratique, on prendra $\sigma = 2$. Cette valeur, déterminée empiriquement, est celle qui donne subjectivement les meilleurs résultats quant à la correction des défauts d'illumination. Cette valeur peut raisonnablement être considérée constante pour toutes les images, car les images proviennent toujours de la même caméra, dans la même pièce, avec le patient toujours à la même distance de la caméra puisque cette contrainte est fixée par le protocole d'acquisition^[5].

2.2.2 Filtrage à base d'EDP

Nous présentons dans cette section un filtre à base d'EDP que nous appliquons à la suite du filtrage homomorphique. Ce filtre est l'addition en une seule EDP d'une diffusion et d'un filtre de choc. La diffusion a pour principal objectif d'éliminer

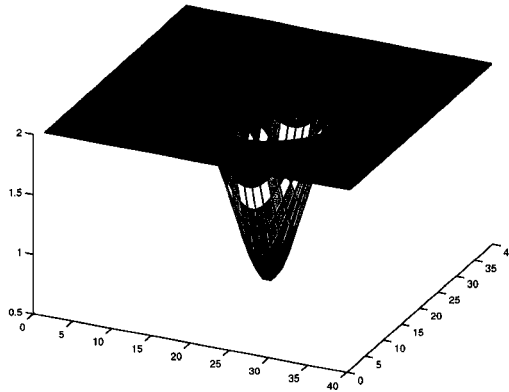


FIG. 2.3 – *Allure du filtre $H(u,v)$ utilisé dans le filtre homomorphique. $\sigma = 10$, $g_H = 2$, $g_L = 0.5$*

le bruit et les petites taches. Le filtre de choc a comme objectif de rehausser le contraste des contours.

2.2.2.1 Diffusion anisotropique cohérente d'images couleurs

La diffusion anisotropique adoptée est la suivante. La base est celle de la section 1.2.2.1, avec le type de diffusion cohérente 2. Nous y ajoutons un paramètre d'attache aux données δ , qui comme nous le verrons, stabilise la diffusion. De plus, nous ajoutons une contrainte à priori. Lors de l'acquisition par le système décrit à la section 2.1, le patient est debout, et les caméras sont fixes et stabilisées pour ne pas bouger⁴. Et de plus, les cicatrices suivent toujours la colonne vertébrale du patient qui est globalement verticale après l'opération. Par conséquent, la cicatrice, qui suit la colonne vertébrale, est elle aussi orientée selon une dimension de l'image. Cette connaissance à priori de l'orientation moyenne peut nous aider à mieux traiter l'image. En plus du critère s^2 , on peut ajouter comme contrainte que la diffusion soit opérée uniquement si la direction du contour est suffisamment

4. Précaution très importante pour le calibrage des caméras.

éloignée de la direction moyenne d'une cicatrice. C'est le critère $|\theta| > \theta_{min}$. En pratique on prend $\theta_{min} = 30^\circ$. Ce concept de contrainte à priori est illustré sur la figure 2.4. Si localement au niveau d'un pixel (i,j) , le contour a une norme de cohérence inférieure à s^2 et d'orientation extérieure au cône défini par θ_{min} , alors il y a diffusion dans une direction perpendiculaire au contour.



FIG. 2.4 – *Contrainte à priori d'orientation minimale. θ_{min} définit un cône d'appartenance*

De plus, nous utilisons le tenseur couleur de Weickert défini à la section 1.2.2.2. On utilise aussi la norme de cohérence positive proposée par Tschumperlé, telle que définie à la section 1.2.2.3. Toutes ces définitions sont récapitulées ici pour plus de clareté. On a donc, pour chaque canal, la diffusion anisotropique suivante:

$$\partial_t u = \text{div}[D(J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma)) \nabla u] \quad (2.5)$$

avec le tenseur couleur:

$$J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma) = \sum_{i=1}^3 J_\rho(\nabla u_{i,\sigma}) \quad (2.6)$$

où on a pour chaque i :

$$J_\rho(\nabla u_{i,\sigma}) = \mathcal{N}_\rho * (\nabla u_{i,\sigma} \otimes \nabla u_{i,\sigma}) \quad \text{et on note} \quad J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma) = \begin{pmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Grâce à la positivité et semi-définition de cette matrice symétrique, on a la

décomposition:

$$J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma) = (w_1|w_2) \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

avec:

$$\begin{aligned} \mu_{1,2} &= \frac{1}{2}(j_{11} + j_{22} \pm \Delta_0) \\ \Delta_0 &= \sqrt{(j_{11} - j_{22})^2 + 4j_{12}^2} \\ w_1 &= \begin{pmatrix} \frac{2j_{12}}{\sqrt{(j_{22}-j_{11}+\Delta_0)^2+4j_{12}^2}} \\ \frac{j_{22}-j_{11}+\Delta_0}{\sqrt{(j_{22}-j_{11}+\Delta_0)^2+4j_{12}^2}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Finalement, en définissant $\lambda_{1,2}$ de la façon suivante:

$$\lambda_1 = \begin{cases} \delta\alpha \cdot \left(1 - \frac{\Delta_2^2}{s^2}\right) & \text{si } \Delta_2^2 \leq s^2 \text{ et } |w_2(1)| > \theta_{min} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\lambda_2 = \delta\alpha \quad (2.11)$$

où

$$\Delta_2 = \mu_1 + \mu_2 = j_{11} + j_{22} = Tr[J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma)] \quad (2.12)$$

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{si } |u_{t=0} - u_t| = 0 \\ 0 & \text{quand } |u_{t=0} - u_t| \rightarrow \infty \end{cases} \quad (2.13)$$

on a alors la construction de D :

$$D(J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma)) = (w_1|w_2) \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Soulignons que cette matrice D n'est à calculer qu'une seule fois pour tous les

canaux. C'est la diffusion de l'équation (2.5) qui est appliquée à chaque canal. Non seulement cette matrice commune permet d'exploiter efficacement la corrélation des canaux de couleurs, mais elle permet aussi d'alléger les temps de calcul. Un exemple d'allure de l'évolution λ_1 en fonction de la cohérence est donné sur la figure 2.5. La loi d'attache aux données δ sera précisée dans le chapitre 3. Ici, il faut seulement retenir que cette loi permet de stabiliser l'évolution de l'EDP, en ralentissant la diffusion quand l'image résultante s'éloigne trop de l'image originale.

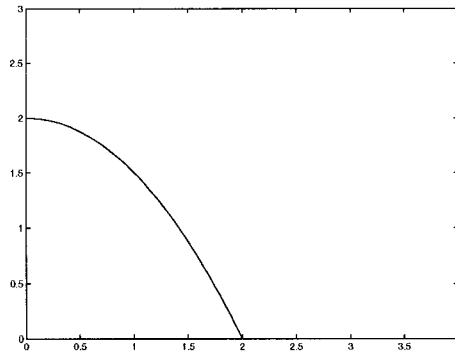


FIG. 2.5 – Allure de la diffusité $\lambda_1(\Delta_2)$. ($\alpha\delta = 2$, $s = 2$)

2.2.2.2 Filtre de choc cohérent d'images couleurs

La base du filtre de choc que nous utilisons est celle de Remaki et Cheriet^[43] présentée à la section 1.2.3. C'est à dire un filtre de choc directionnel selon le gradient, répondant à l'équation (1.38). Nous le généralisons aux images couleurs en prenant non pas le gradient η d'une image scalaire, mais le gradient multidimensionnel couleur $\vec{\eta}$ tel que celui utilisé dans la diffusion anisotropique précédemment définie. De plus nous exploitons aussi la cohérence locale couleur Δ_2 , à travers la vitesse proposée par Remaki et Cheriet, en la définissant de la façon suivante:

$$a = \begin{cases} \delta \cdot (1 - \exp\{-\gamma \cdot (\Delta_2^2 - s^2)\}) & \text{si } \Delta_2^2 \geq s^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.15)$$

où

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{si } |u_{t=0} - u_t| = 0 \\ 0 & \text{quand } |u_{t=0} - u_t| \rightarrow \infty \end{cases} \quad (2.16)$$

Ainsi, plus la région est cohérente, plus le choc va être rapide. De plus, en dessous du seuil s^2 de cohérence, aucun choc n'est créé. Donc dans notre situation, si s^2 est suffisamment bien choisi, on peut limiter le rehaussement seulement aux zones d'intérêt se distinguant par un certain niveau de cohérence. Ainsi, le filtre de choc idéalement ne s'appliquera que sur le contour de la cicatrice. La plage de cohérence concernée peut être modulée en modifiant le seuil s^2 , et le facteur γ . L'équation de ce filtre pour chaque canal devient:

$$\partial_t u = a(\Delta_2) F(\partial_{\vec{\eta}} u, \partial_{\vec{\eta}} u) f(u_{\vec{\eta}}) \quad (2.17)$$

où

Δ_2	la norme de cohérence commune à tous les canaux
$a(\Delta_2)$	la vitesse du choc
$\vec{\eta}$	la direction du gradient, commune à tous les canaux
$\partial_{\vec{\eta}} \partial_{\vec{\eta}} u$	la dérivée première et seconde selon $\vec{\eta}$

et

$$F(a,b) = \text{sign}(a) \cdot \text{sign}(b) \quad (2.18)$$

Un exemple de l'allure de l'évolution de a en fonction de la cohérence est donné

sur la figure 2.6. D'autres fonctions pourraient être utilisées pour définir a dans (2.15).

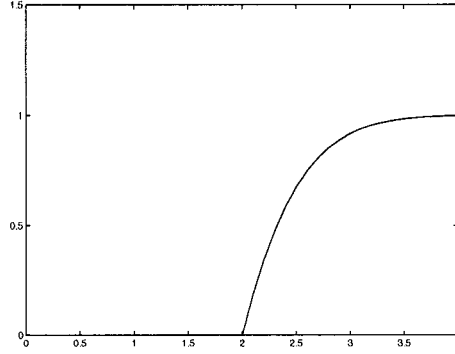


FIG. 2.6 – *Allure de la vitesse $a(\Delta_2)$. ($\gamma = 0.5$, $s = 2$, $\delta = 1$)*

2.2.2.3 Fusion des filtres

Comme les deux filtres précédemment définis sont à base d'EDP, on peut les rassembler en un seul. Cette fusion n'est pas seulement une manière élégante et concise de définir un filtre, elle améliore aussi deux choses. La première est sur le plan de l'évolution du rehaussement de l'image. En menant de front à la fois une diffusion qui élimine le bruit, et un rehaussement de contraste et de contour par filtre de choc, les inconvénients de l'un sont compensés par les avantages de l'autre en parallèle. Une diffusion seule, même si elle est bien contrôlée, crée toujours un peu de flou, qui, à *long terme*, dégrade la cicatrice et n'est pas rattrapable par le filtre de choc. Inversement, le filtre de choc comme on l'a vu, s'accommode mal au bruit, et a tendance à créer des zones homogènes segmentées dans les régions qu'on aimerait voir complètement uniforme comme le fond. Mais combiné avec la diffusion, ces deux filtres se complètent.

Le deuxième avantage apporté par cette fusion des deux filtres en un seul est une amélioration significative des temps de calcul. En effet, les deux filtres utilisent

la cohérence locale. Les calculs imposés par l'étude de la cohérence locale à chaque itération ne sont pas négligeables comme nous le verrons. En rassemblant les deux filtres, ces calculs sont mis en communs et servent aux deux filtres en même temps. L'équation finale du filtre à base d'EDP que nous proposons est :

$$\partial_t u = \xi \cdot \text{div}[D\nabla u] - (1 - \xi) \cdot a(\Delta_2) F(\partial_{\vec{\eta}} u, \partial_{\vec{\eta}} u) f(u_{\vec{\eta}}) \quad (2.19)$$

où

$0 < \xi < 1$	contrôle l'importance accordée à chaque filtre
D	la matrice de diffusité dépendante du tenseur couleur $J_\rho(\nabla \vec{u}_\sigma)$
Δ_2	la norme de cohérence commune à tous les canaux
$a(\Delta_2)$	la vitesse du choc
$\vec{\eta}$	la direction du gradient, commune à tous les canaux
$\partial_{\vec{\eta}} \partial_{\vec{\eta}} \vec{\eta}$	la dérivée première et seconde selon $\vec{\eta}$

2.2.2.4 Implémentation

Pour l'implémentation de ce filtre, nous utilisons une discrétisation de (2.19) explicite, à base de masques de dérivation 3×3 invariants par rotation:

$$F_x = \frac{1}{32} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -10 & 0 & 10 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad F_y = \frac{1}{32} \begin{pmatrix} 3 & 10 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -3 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Ces masques offrent un bon compromis entre temps de calcul et invariance par rotation. Cette technique est décrite dans l'annexe II.4. Il est important de souligner

que l'utilisation de tels masques permet un calcul matriciel simple et rapide de *gradient* d'images selon x ou y , selon un simple produit matriciel *masque*image*. Cette propriété est fortement exploitée dans l'algorithme. Ainsi, à chaque fois que nous les utilisons, nous pouvons mener de front tous les calculs sur l'image entière. Nous verrons dans le chapitre 3 comment les différents paramètres sont ajustés en pratique, et en particulier, le paramètre s^2 . L'algorithme est résumé dans le tableau 2.2.

TAB. 2.2 – *Algorithme du filtre EDP couleur: Diffusion anisotropique + filtre de choc*

On note N_i le nombre d'itérations, et Δt , le pas temporel. Alors, on répète N_i fois l'algorithme suivant sur l'image mise à jour à chaque itération:

- 1) Calcul de la matrice de diffusité D
 - 1.1) On régularise chaque canal R, G, B par une gaussienne \mathcal{N}_σ , pour obtenir $R_\sigma, G_\sigma, B_\sigma$
 - 1.2) On calcule les gradients, en utilisant les masques (2.20): $\partial_x X_\sigma = F_x * X_\sigma$ et $\partial_y X_\sigma = F_y * X_\sigma$ ($X = R, G, B$)
 - 1.3) On en déduit le tenseur couleur (2.6):
$$j_{11} = (\partial_x R_\sigma)^2 + (\partial_x G_\sigma)^2 + (\partial_x B_\sigma)^2$$

$$j_{22} = (\partial_y R_\sigma)^2 + (\partial_y G_\sigma)^2 + (\partial_y B_\sigma)^2$$

$$j_{12} = \partial_x R_\sigma \cdot \partial_y R_\sigma + \partial_x G_\sigma \cdot \partial_y G_\sigma + \partial_x B_\sigma \cdot \partial_y B_\sigma$$
 - 1.4) On convolue ce tenseur avec une gaussienne ρ pour intégrer les informations sur un voisinage $\mathcal{O}(\rho)$
 - 1.5) On calcule en chaque pixel $\mu_{1,2}$, $w_{1,2}$, et Δ_0 grâce aux équations (2.9)
 - 1.6) On construit D en chaque pixel grâce aux équations (2.10) à (2.14)
- Suite de l'algorithme dans le tableau 2.3.

2.3 Algorithme de détection de contours

Dans la section 1.3.3, nous avons présenté brièvement le plus récent des détecteurs à représentation vectorielle. Il s'agit du détecteur de contours de Ruzon et Tomasi ^[49] présenté en 2001. Ces auteurs remarquèrent que tous les détecteurs de contours modélisaient le voisinage local d'une image comme constant, considérant

TAB. 2.3 – Suite de l'algorithme 2.2

2) Calcul de la contribution liée à la diffusion. On applique à chaque canal:

Si on note $D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{pmatrix}$, et D_{11} (resp. D_{12} , D_{22}) la matrice des d_{12} (resp. d_{12} , d_{22}) sur l'image entière, alors on a avec $X = R, G, B$:

$$X_{diffusion}^{N_i+1} = X^{N_i} + \Delta t F_x * (D_{11} \cdot \partial_x X_\sigma + D_{12} \cdot \partial_y X_\sigma) + F_y * (D_{12} \cdot \partial_x X_\sigma + D_{22} \cdot \partial_y X_\sigma)$$

3) Calcul de la contribution liée au filtre de choc: en chaque pixel de chaque canal, après calcul de a (équation (2.15)), on effectue les étapes suivantes

3.1) On divise l'orientation en 4 cadrants, selon la figure 2.7, et si on adopte les notation suivantes: $\delta^{1+} = p_1 - p_0$, $\delta^{1-} = p_0 - p_{-1}$, et $\delta^2 = p_1 - 2p_0 + p_{-1}$. Alors:

$$X_{choc}^{N_i+1} = R^{N_i} - \Delta t \cdot a \cdot \max\{0, \text{sign}(\delta^{1+} + \delta^{1-}) \cdot \text{sign}(\delta^2)\} \delta^{1-} - \Delta t \cdot a \cdot \min\{0, \text{sign}(\delta^{1+} + \delta^{1-}) \cdot \text{sign}(\delta^2)\} \delta^{1+}$$

4) Fusion des contributions pondérés, pour chaque canal:

$$X^{N_i+1} = \xi X_{diffusion}^{N_i+1} + (1 - \xi) X_{choc}^{N_i+1}$$

toute déviation comme du bruit. Ils soulignent aussi que dans la littérature, l'usage de moyenne (parfois avec pondérations), et de polynômes pour modéliser l'intensité sur un contour et son voisinage sont souvent des approximations trop sévères. L'utilisation de moyennes pondérées soulève un problème avec les images couleurs car nous ne percevons pas les couleurs sur un seul axe. Si nous voyons une région *jaune* à côté d'une région *bleue*, il ne se crée par une transition *verte* sous nos yeux. Cette démarche qui nous semble intuitive vient du fait qu'en noir et blanc, cette propriété de *linéarité* est vraie. La moyenne d'un noir et d'un blanc donne un gris, ce qui est aussi ce que nous percevons.

Pour autant, il n'est pas idéal non plus d'uniquement *regarder* en terme de *Rouge*, *Vert*, et *Bleu*, ou tout autre espace de couleurs fixé. Car localement, ces trois couleurs peuvent ne pas apparaître de façon prépondérante. Pour étudier

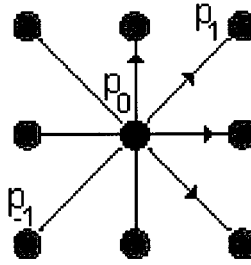


FIG. 2.7 – Un pixel et ses 8 voisins. Modèle utilisé dans le calcul des dérivées partielles du filtre de choc.

localement la présence de contours, il est plus judicieux de considérer les couleurs qui sont majoritairement présentes. Ces remarques ont donc conduit Ruzon et Tomasi à remettre en cause les manières usuelles de modéliser les voisinages de couleurs dans le cadre de la détection de contours. C'est ainsi qu'ils ont proposé l'usage de **distributions de couleurs** pour modéliser les voisinages **locaux**.

2.3.1 Représentation et comparaison de distributions de couleurs

Dans cette section, nous présentons un outil important qui est au coeur de l'innovation apportée par l'opérateur compas, c'est à dire l'utilisation de distributions de couleurs. Puis, un calcul de distance entre deux distributions est aussi présenté. Cette distance, appelée distance *Earth Mover's Distance* (EMD) sera utilisée dans l'algorithme de segmentation.

2.3.1.1 Représentation de distributions de couleurs

Une distribution de couleurs est une structure de données $\{(\mathbf{c}_1, w_1), (\mathbf{c}_2, w_2), \dots, (\mathbf{c}_N, w_N)\}$. Chaque fréquence w_i pondère une couleur \mathbf{c}_i . On peut faire en sorte que $\sum_i w_i = 1$, ce qui conduit à considérer ces distributions comme des densités de probabilité. Les distributions de couleurs⁵ sont plus précises que l'utilisation

5. Elles sont aussi appelées *signature de couleurs*.

d’histogrammes, car elles s’adaptent aux données. Elles ne forcent pas à représenter le voisinage selon une base de certaines couleurs prédéfinies dans l’espace choisi. Les couleurs \mathbf{c}_i sont choisies de manière à bien représenter les couleurs présentes.

Cette considération et l’usage de ces distributions étend les possibilités en détection de contours dans deux directions: les images couleurs, et la taille des voisinages considérés. Nous avons déjà souligné la première direction. Avec l’usage de voisinages constants ou moyennés, logiquement, la précision se dégrade rapidement avec la taille du voisinage. Les distributions, offrant plus de couleurs possibles, avec leurs fréquences réelles, conduisent à une meilleure précision, même pour de grands voisinages. La taille du voisinage à considérer est importante car elle est reliée à l’échelle des contours étudiés. La largeur d’un contour sur l’image dépend de plusieurs facteurs (caractéristiques de l’objet, mise au point et résolution du système d’acquisition), et elle doit donc être ajustée.

En théorie, chaque couleur distincte dans le voisinage considéré peut être prise pour une référence \mathbf{c}_i de la distribution. Et ainsi, il y aurait autant de \mathbf{c}_i que de couleurs différentes sur le voisinage. Mais il est préférable de ne pas aller aussi loin pour deux raisons. La première est d’ordre calculatoire. De plus grandes distributions sont plus coûteuses à manipuler. La deuxième raison est d’ordre perceptuelle. L’œil humain ne peut distinguer plusieurs dizaines de couleurs différentes dans un voisinage. En pratique, les distributions utilisées ici sont de taille $N = 10$.

2.3.1.2 Calcul des distributions de couleurs

Pour calculer la meilleure distribution de couleurs d’un voisinage, on utilise l’algorithme de découpage binaire de Orchard et Bouman^[50]. Il a été développé spécifiquement pour les images couleurs. Cet algorithme permet aussi de contrôler facilement la taille N des distributions. C’est un algorithme itératif dont le déroulement peut se représenter sous la forme d’un arbre binaire. On note \mathcal{S} le voisinage de pixels considéré dont on veut calculer la distribution de couleurs sur N niveaux

(\mathcal{S} est l'ensemble des coordonnées $s = (i, j)$ du voisinage), l'objectif est d'obtenir une partition de \mathcal{S} en N sous-ensembles disjoints.

À chaque noeud de l'arbre correspond un sous-ensemble de \mathcal{S} , et les deux noeuds enfants résultants forment une partition de ce sous-ensemble. L'ensemble correspondant au noeud k est noté \mathcal{C}_k . Les feuilles de l'arbre donnent la partition finale en N sous-ensembles $\mathcal{C}_{k_1, \dots, N}$, et les cardinaux des sous-ensembles liés aux feuilles nous donnent les poids x_i . Le fonctionnement de l'algorithme est caractérisé par trois aspects: le nombre de feuilles N , la manière de calculer chaque partition de sous-ensemble \mathcal{C}_k , et l'ordre dans lequel on calcule les partitions. Pour ce faire, nous utilisons tout d'abord à chaque itération le critère de minimisation suivant:

$$T = \sum_{\text{feuilles } k} \left(\sum_{s \in \mathcal{C}_k} \|\mathbf{c}_s - \mathbf{q}_k\|^2 \right) \quad (2.21)$$

où \mathbf{q}_k est la valeur utilisée, représentant le mieux le sous-ensemble \mathcal{C}_k . On appelle aussi \mathbf{q}_k la valeur quantifiée utilisée pour \mathcal{C}_k . En ce sens, le but de l'algorithme présenté ici peut être vu comme celui d'un quantificateur de couleurs. En calculant les N couleurs représentant le mieux un certain voisinage de pixels, on réduit la quantité nécessaire de couleurs pour le représenter. On parle ainsi de *réduction de palette*. On comprend alors qu'une application importante de cet algorithme est la réduction de données et la compression d'images. Pour déterminer la manière et l'ordre du partitionnement des sous-ensembles, on utilise ensuite des propriétés statistiques du second ordre:

$$\begin{aligned} R_k &= \sum_{s \in \mathcal{C}_k} \mathbf{c}_s \mathbf{c}_s^T \\ \mathbf{m}_k &= \sum_{s \in \mathcal{C}_k} \mathbf{c}_s \\ p_k &= |\mathcal{C}_k| \end{aligned} \quad (2.22)$$

où R_k est la matrice de covariance 3×3 de \mathcal{C}_k , \mathbf{m}_k est le vecteur moyen de \mathcal{C}_k , et

p_k son cardinal. Alors, on définit le vecteur de quantification: $\mathbf{q}_k = \mathbf{m}_k/p_k$, et la matrice de covariance centrée:

$$\tilde{R}_k = R_k - \frac{1}{p_k} \mathbf{m}_k \mathbf{m}_k^T \quad (2.23)$$

Pour scinder un sous-ensemble \mathcal{C}_k en deux partitions \mathcal{C}_{k_g} et \mathcal{C}_{k_d} , le meilleur plan de séparation dans l'ensemble des $\{\mathbf{c}_k \in \mathcal{C}_k\}$ est calculé. Comme \tilde{R}_k est symétrique, ce plan correspond au plan défini par le vecteur normal \mathbf{e}_k , qui est le vecteur propre associé à la plus grande valeur propre μ_k de \tilde{R}_k . Une fois \mathbf{e}_k calculé, on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{k_g} &= \{s \in \mathcal{C}_k : \mathbf{e}_k^T \mathbf{c}_s \leq \mathbf{e}_k^T \mathbf{q}_k\} \\ \mathcal{C}_{k_d} &= \{s \in \mathcal{C}_k : \mathbf{e}_k^T \mathbf{c}_s > \mathbf{e}_k^T \mathbf{q}_k\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Pour décider quelle feuille choisir à chaque partitionnement, les auteurs Orchard et Bouman^[50] montrent qu'une règle simple et efficace est de choisir la feuille à laquelle est associée la plus grande valeur propre μ_k . C'est à dire celle dont l'ensemble \mathcal{C}_k est le plus susceptible de pouvoir être partitionné en deux sous-ensembles, selon le critère de minimisation de T . L'algorithme d'Orchard et Bouman est résumé dans le tableau 2.4.

TAB. 2.4 – *Algorithme de quantification d'Orchard et Bouman^[50]*

- 1) Initialiser avec $\mathcal{C}_1 = \mathcal{S}$
- 2) Calculer R_1 , \mathbf{m}_1 , et p_1
- 3) Répéter $N - 1$ fois :
 - 3.1) Trouver la feuille k telle que μ_k est la plus grande
 - 3.2) Utiliser (2.24) pour calculer les deux sous-ensembles suivants liés à \mathcal{C}_k
 - 3.3) Calculer les R , \mathbf{m} , et p des deux nouvelles feuilles

Remarquons que si à l'étape 3) de l'algorithme, les pixels du sous-ensemble à scinder ont tous la même couleur, alors il ne peut être trouvé de partition. Dans cette situation, l'algorithme est arrêté, et la distribution a une longueur inférieure

à N . Il faut que la suite de l'algorithme tienne compte de cette possibilité. Cette situation se rencontre en particulier dans les zones très homogènes de l'image, où un nombre de couleurs inférieur à N composent le voisinage.

2.3.1.3 Distance EMD et comparaison de deux distributions de couleurs

Avant de définir la manière de calculer la distance entre deux distributions de couleurs, il nous faut définir la distance entre deux couleurs distinctes. L'espace de couleur choisi sur lequel sera appliqué cette distance est l'espace CIE-Lab (voir annexe I). Cet espace de couleur a été proposé par la Commission Internationale de l'Eclairage comme espace de couleur proche de la perception humaine. Concrètement, la distance euclidienne entre deux couleurs représentées dans cet espace correspond à la distance perceptuelle psychophysique humaine, jusqu'à un certain point. Pour de grandes distances euclidiennes, cette *colinéarité* avec la perception humaine est perdue. Pour de telles distances, on peut seulement en déduire que les couleurs sont très différentes. Ceci n'est pas dommageable ici puisque pour de telles distances, nous sommes en présence de ce que nous recherchons: les contours. La distance euclidienne en elle même devient inutile pour nous aussi à ces distances. Ainsi, nous sommes plus intéressés par la dissemblance entre deux couleurs que les propriétés intrinsèques de chacune. Il est plus pratique donc de réduire la dynamique des distances à l'infini. C'est pour cette raison qu'une distance exponentielle est utilisée:

$$d_{ij} = 1 - \exp(-E_{ij}/\gamma) \quad (2.25)$$

Le facteur réel γ contrôle la largeur de plage⁶. La distance E_{ij} est la distance euclidienne sur l'espace CIE-Lab. Pour des petites distances E_{ij} , on voit que d_{ij}

6. En pratique on prendra $\gamma = 14$.

est encore linéaire. Ceci justifie le choix de l'espace CIE-Lab.

Pour calculer la distance entre deux distributions de couleurs, nous utilisons la distance EMD (Earth Mover's Distance) de Rubner et *al.*^[51]. La distance EMD modélise le problème de la même manière que celui rencontré sous le nom de *problème des transports*. Un ensemble de trous ayant chacun une certaine profondeur représente la première distribution, alors qu'un ensemble de tas de terre ayant chacun une certaine hauteur représente la deuxième distribution. La distance EMD entre les deux, est le *transport* de terre le plus efficace qui puisse être trouvé, en terme de travail à fournir, pour remplir les trous. Ce problème est formalisé sous la forme d'un programme linéaire. Si on note $P = \{(\mathbf{p}_1, x_{p_1}), \dots, (\mathbf{p}_m, x_{p_m})\}$ la première distribution et $Q = \{(\mathbf{q}_1, x_{q_1}), \dots, (\mathbf{q}_n, x_{q_n})\}$ la deuxième, et $F = (f_{ij})$ le flux de travail à fournir entre \mathbf{p}_i et \mathbf{q}_j , alors on a le programme linéaire suivant:

$$\min_F \text{Travail}(P, Q, F) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f_{ij} d_{ij} \quad (2.26)$$

avec les contraintes:

$$\begin{aligned} f_{ij} &\geq 0 & 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq n \\ \sum_{j=1}^n f_{ij} &\leq w_{p_i} & 1 \leq i \leq m \\ \sum_{i=1}^m f_{ij} &\leq w_{p_j} & 1 \leq j \leq n \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f_{ij} &= \min \left(\sum_{i=1}^m w_{p_i}, \sum_{j=1}^n w_{p_j} \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

La première contrainte impose un transport uniquement de P vers Q . Les deux contraintes suivantes limitent les transports à la quantité disponible. La dernière contrainte force à maximiser le transport. Quand le flux F^* optimal est trouvé, la distance EMD entre P et Q est définie comme le travail normalisé par le flux total:

$$EMD(P,Q) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f_{ij}^* d_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f_{ij}^*} \quad (2.28)$$

La distance EMD a l'avantage de bien s'appliquer au domaine de la vision et du traitement d'images⁷ et d'être perceptuellement proche du fonctionnement humain comme le montre Rubner *et al*^[51]. De plus, elle permet des calculs de distance entre distributions de longueurs différentes, ce qui est exactement la contrainte que nous avons avec l'algorithme de Orchard et Bouman.

2.3.2 Détection de contours

Dans la section précédente, nous avons présenté une manière de modéliser un voisinage de pixel en utilisant des distributions de couleurs. Et nous avons présenté aussi la distance EMD, qui permet de mesurer la distance entre deux distributions de couleurs. Nous allons voir dans cette section comment utiliser ces deux concepts pour obtenir un opérateur qui en un voisinage de pixels, calcule la force du contour⁸, et son orientation. Cet opérateur est appelé opérateur *compas*, et est celui proposé par Ruzon et Tomasi^[49]. L'idée est la suivante. Le voisinage considéré autour d'un pixel est un cercle de rayon σ . Ce cercle est divisé en deux demi-cercles dont on calcule les distributions de couleurs, et la distance EMD entre elles. Au moment de calculer les distributions de couleurs des deux demi-cercles, chaque pixel, selon sa position dans le voisinage, apporte un certain poids w qui contribuera au poids w_i associé à la couleur c_i dans la distribution. Un pixel plus proche du centre du voisinage aura une plus grande contribution qu'un pixel à la périphérie. Cette pondération a pour but de favoriser le voisinage proche, d'améliorer la continuité des contours quand nous déplacerons le cercle de pixel en pixel, et d'ajuster la

7. Mesurer la distance entre deux distributions de couleurs est un sous problème du domaine très riche du calcul de la distance entre deux densité de probabilité.

8. Une force nulle caractérise l'absence de contour.

masse totale de chaque distribution pour qu'elle soit unitaire. Cette loi de masse est définie par la fonction $w(r, \theta)$ en coordonnées polaire suivante:

$$w(r, \theta) = r \exp\{-r^2/2(\sigma/3)^2\} \quad (2.29)$$

En faisant tourner le diamètre du voisinage circulaire de $\theta = 180^\circ$, on trouve la force et l'orientation du contour qui correspondent à $EMD(\theta_m)$ et θ_m , où $EMD(\theta_m) = \max\{EMD(\theta)\}$. Comme compromis entre précision et efficacité, le pas de rotation est fixé à $\Delta\theta = 15^\circ$. Ce fonctionnement est illustré sur la figure 2.8 pour un contour réel et pour un contour idéal.

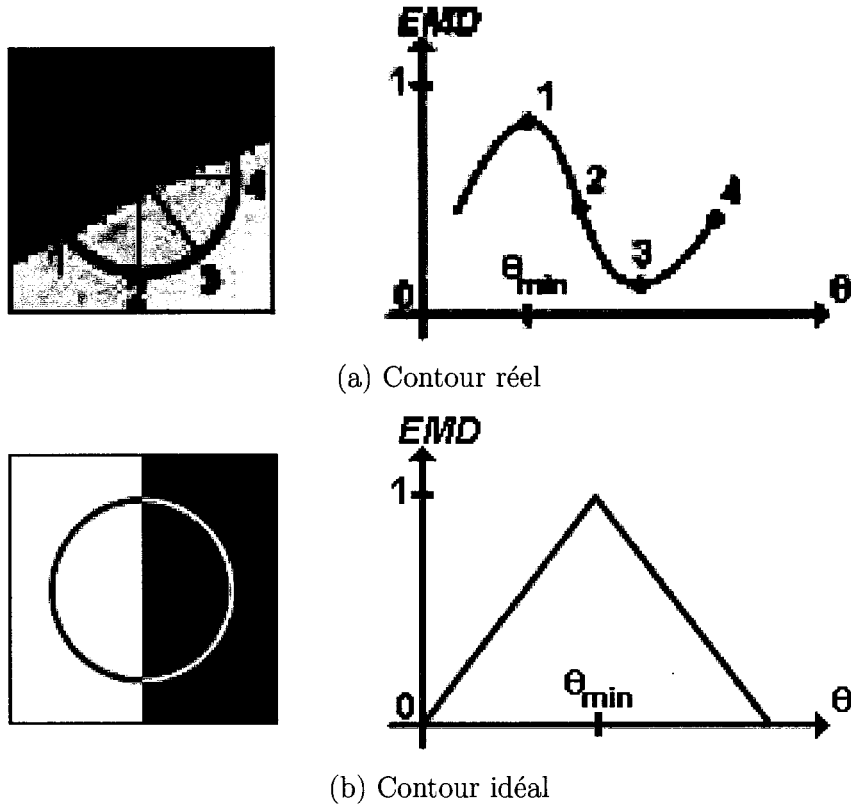
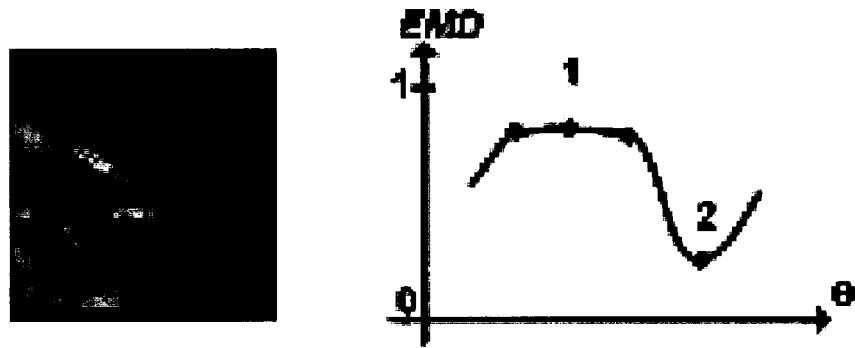


FIG. 2.8 – Distance $EMD(\theta)$ sur un contour idéal et un contour réel

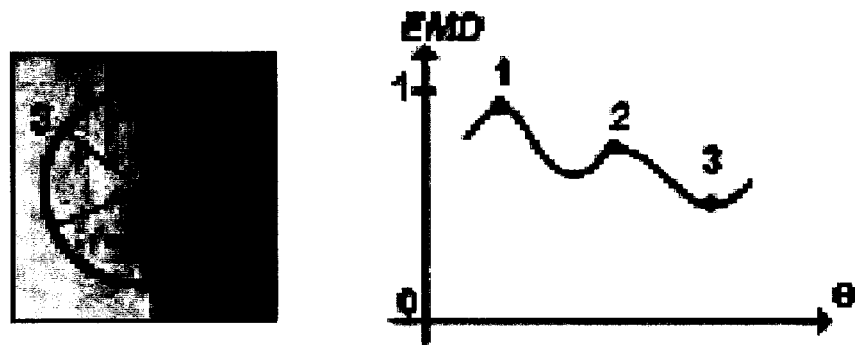
L'angle θ_m pour lequel la distance EMD est maximale définit la configuration

où la distance d'une distribution à l'autre est la plus grande. Donc il s'agit de la configuration la plus asymétrique. Si ce maximum est remarquable, c'est à dire si la courbe $EMD(\theta)$ n'est pas trop éloignée de celle définie par un contour idéal (figure 2.8(b)), alors nous sommes en présence d'un contour. Plus le maximum et l'amplitude de variation de $EMD(\theta)$ sont faibles, plus le contour présent est faible ou inexistant. Le maximum de cette courbe est donc un bon indicateur de la force d'un contour. L'allure de $EMD(\theta)$ dans le voisinage du maximum renseigne sur la courbure du contour. Si la courbure est forte, le maximum sera peu marqué, et la distance EMD sera presque constante dans un voisinage équivalent à la courbure du contour (figure 2.9(a)). Le minimum aussi est intéressant, car il caractérise la configuration la plus symétrique du compas. Si ce minimum est élevé, cela souligne qu'il n'existe pas vraiment de configuration symétrique. Cette situation illustre la présence d'une jonction de plusieurs contours (figure 2.9(b)).

Dans notre situation, nous n'exploiterons pas les formes des courbes. Nous utiliserons uniquement les valeurs du maximum, et du minimum. Le maximum nous indiquera la force du contour en présence. Et le minimum nous renseignera sur la symétrie de la structure locale. Ceci nous sera utile dans le post-traitement au moment d'isoler la cicatrice du reste. Ajoutés à l'orientation θ_m , nous obtenons donc trois informations importantes par le biais de cet algorithme de détection de contours. En déplaçant itérativement l'opérateur compas de pixel en pixel sur toute l'image, on obtient donc trois *cartes* de renseignements: une carte de force des contours, une carte d'orientation des contours, et une carte d'asymétrie. Ensemble, les deux premières forment un champs de vecteurs. Un exemple de carte des forces est donné sur la figure 2.10. Il est très pertinent de comparer déjà cette figure avec celle de la figure 1.20. Cette comparaison nous renseigne sur l'efficacité de l'opérateur compas à détecter les contours *versus* le gradient multidimensionnel. Mais, comme notre but est d'obtenir un contour complet de la cicatrice, on peut voir qu'un seuillage ne sera pas encore suffisant. L'idée majeure du post-traitement



(a) Un contour à forte courbure



(b) Une jonction de plusieurs contours

FIG. 2.9 – Distance $EMD(\theta)$ sur une jonction et un contour à forte courbure

que nous allons présenter est de calculer la meilleure courbe de régression qui passe par le champ de vecteurs (*force, orientation*) des deux premières cartes.

En pratique, nous prenons pour les cicatrices $\sigma = 5$ pixels. Cette valeur découle de la résolution du numériseur, sa mise au point, et la distance du numériseur au patient. Par exemple, à mise au point et distance fixées, entre un numériseur et un autre de résolution deux fois supérieure, il faudrait doubler σ , car un contour serait représenté avec deux fois plus de pixels. Dans notre situation, ces trois données étant fixées, il est correct de prendre σ constant. Cette valeur a été déterminée empiriquement en comparant la précision des contours obtenus en faisant varier σ . Il est apparu que pour $\sigma \geq 7$, les contours perdaient de leur précision, et pour

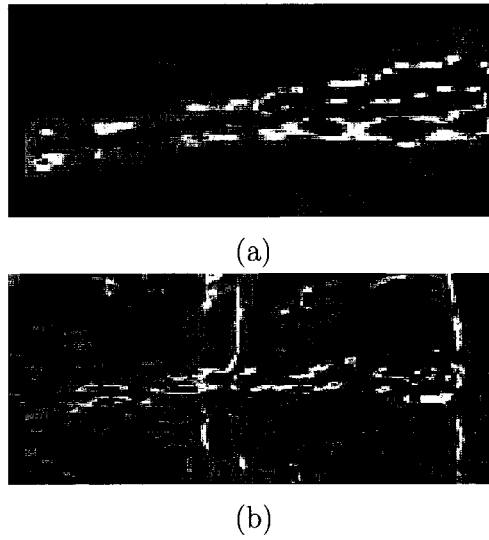


FIG. 2.10 – *Image de la force des contours sur deux cicatrices en utilisant l'opérateur compas*

$\sigma \leq 3$, le bruit influençait fortement le détecteur. Pour l'implémentation, nous utilisons l'algorithme présenté dans le tableau 2.5.

2.4 Algorithme de post-traitement

Dans la littérature des détecteurs de contours classiques, l'étape de post-traitement existe aussi. Mais elle est souvent réduite à une recherche des maximums locaux de la figure 2.10, suivis d'un seuillage de l'image de la force des contours (l'image du module du gradient pour le détecteur de Canny par exemple). La recherche des maximums locaux se fait en comparant l'intensité de chaque pixel à ses deux voisins selon la direction du contour calculé (la direction du gradient pour le détecteur de Canny). Si cette valeur est plus élevée que celle de deux voisins, alors ce pixel est conservé, sinon il est éliminé. Le seuillage consiste à ne conserver que les contours qui ont une intensité supérieure à un certain seuil. Une des contraintes dans notre situation est qu'il est très important d'obtenir en fin de segmentation,

TAB. 2.5 – *Algorithme de détection de contours: opérateur compas*

À répéter en chaque pixel de l'image:

- 1) Définir le voisinage circulaire centré sur le pixel de rayon 3σ
- 2) Pour θ variant de 0° à 180° avec un pas de 15°
 - 2.1) Calculer les distributions de couleurs de chaque demi cercle défini par θ , avec l'algorithme d'Orchard et Bouman du tableau 2.4, et la pondération de l'équation (2.29)
 - 2.2) Calculer la distance EMD entre les deux distributions en résolvant le programme linéaire (2.26)
- 3) En déduire la force du contour (le maximum de $EMD(\theta)$), son orientation, et son asymétrie (le minimum de $EMD(\theta)$)

un contour total de la cicatrice, et uniquement de celle ci, pour pouvoir faire la mesure directe d'indices cliniques. C'est pourquoi nous avons été amené à proposer un post-traitement plus adapté. Celui ci se décompose en trois étapes. La première est une sous-segmentation de la carte des contours obtenues par l'opérateur compas. La deuxième est un algorithme itératif étudiant les histogrammes par bandes perpendiculaires à la cicatrice. Le but de ces deux étapes est d'éliminer efficacement les taches qui aurait résisté au prétraitement, parce que trop grosses, contrastées ou proches de la cicatrice. La deuxième étape, consiste à trouver par régression, la meilleure courbe passant par le champs de vecteurs (*force, orientation*). Ceci est plus précis qu'une simple recherche des maximaux, et permet de fermer le contour sur toute la longueur.

2.4.1 Segmentation de la carte des contours

L'image peut être décomposée en trois classes: la cicatrice, les taches de la peau, et la peau claire. Dans cette section, l'objectif est de segmenter ces trois classes à partir des trois cartes fournies par l'opérateur compas, qui sont des indicateurs précis de certaines caractéristiques : force de contour, orientation, et asymétrie. La

cicatrice se caractérise par une force allant de faible à élevée, une orientation à peu près constante (horizontale), et localement un niveau d'asymétrie élevé dû aux nombreuses irrégularités le long de son contour. Les taches de la peau se caractérisent par une force assez élevée (en presumant que les faibles aient été éliminées par le prétraitement), et une asymétrie faible à modérée compte tenu de la taille et régularité de leurs contours. La peau claire se caractérise par une force très faible, une orientation et une asymétrie non définie. Ainsi on peut préjuger que ces trois indicateurs sont assez discriminants pour la segmentation que l'on souhaite. Remarquons qu'une segmentation directement à deux classes (la cicatrice *versus* tout le reste) serait moins évidente, compte tenu des différences entre les taches et le fond.

L'idée est d'utiliser ces trois indicateurs dans un algorithme de classification (*clustering*) non supervisé: l'algorithme K-moyenne. Une description approfondie de cet algorithme classique peut être trouvée dans la référence de Duda et Hart^[52]. C'est un algorithme qui a les mérites d'être simple, rapide, et non supervisé. On adopte les notations suivantes. Les trois images, ou matrices forment un ensemble de vecteurs appelés échantillons \mathbf{v}_{ij} avec en chaque pixel (i,j) :

$$\mathbf{v}_{ij} = \begin{pmatrix} \text{force du contour en } ij \\ \text{orientation du contour en } ij \\ \text{asymétrie du contour en } ij \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Alors, la répartition des échantillons selon les trois classes C_1, C_2, C_3 (cicatrice, taches, et fond) est effectuée de façon à minimiser un indice de dispersion J :

$$J = \sum_{i=1}^3 \sum_{\mathbf{v} \in C_i} |\mathbf{v} - \mathbf{k}_i|^2 \quad (2.31)$$

où \mathbf{k}_i est le centre de la classe C_i . Il est montré^[52], que pour une partition des

échantillons en différentes classes C_i , l'indice de dispersion J est minimal si le centre de chaque classe C_i est donné par:

$$\mathbf{k}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{v} \in C_i} \mathbf{v} \quad (2.32)$$

où n_i est le nombre d'échantillons de la classe C_i . L'algorithme utilise cette propriété. Celui ci est résumé dans le tableau 2.6 où $\mathbf{k}_i^{[p]}$ (resp. $C_i^{[p]}$) désigne le centre \mathbf{k}_i (resp. la classe C_i) à la $p^{\text{ième}}$ itération.

TAB. 2.6 – *Algorithme K-moyennes pour trois classes*

- 1) On choisit trois échantillons au hasard pour être les trois centres $(\mathbf{k}_1^{[1]}, \mathbf{k}_2^{[1]}, \mathbf{k}_3^{[1]})$
- 2) À l'itération p , on associe un échantillon \mathbf{v} au groupement $C_i^{[p]}$ si

$$\|\mathbf{v} - \mathbf{k}_i^{[p]}\| < \|\mathbf{v} - \mathbf{k}_j^{[p]}\|, \forall j \neq i$$
 C'est à dire qu'on associe chaque échantillon \mathbf{v} à la classe dont il est le plus proche.
- 3) On met à jour les centre des classes:

$$\mathbf{k}_i^{[p+1]} = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{v} \in C_i^{[p]}} \mathbf{v}$$
- 4) Si les centres de groupements n'ont pas changé entre l'itération $[p]$ et $[p + 1]$, alors l'algorithme a convergé. Sinon on retourne à l'étape 2).

2.4.2 Algorithme à base d'histogrammes itératifs

L'étape précédente permet d'éliminer une partie des taches, en particulier celles qui sont assez étendues, et ayant une direction perpendiculaire à la cicatrice. C'est le cas des marques de bronzage par exemple, et des reflets importants liés aux homoplates. Néanmoins, il peut rester deux types de taches. Tout d'abord certaines grosses taches irrégulières, comme les plus gros grains de beauté. Et deuxièmement, les taches très proches de la cicatrice. Ces dernières peuvent avoir été épargnées

par le prétraitement, et par la sous-segmentation à cause de leur position. Il nous faut donc proposer une dernière étape visant à éliminer les objets qui gêneront à la détermination du contour par régression.

La solution proposée est un algorithme itératif, étudiant les histogrammes des positions latérales des pixels ayant été classés comme faisant partis de la cicatrice à l'étape précédente. L'image est découpée en n tranches d'égales largeur, selon la dimension perpendiculaire à la cicatrice, comme sur la figure 2.11.



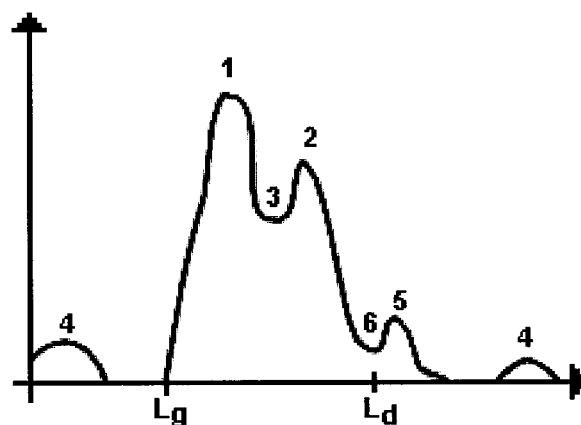
FIG. 2.11 – Exemple de découpe de l'image pour l'étude des histogrammes, pour $n = 5$

Pour chaque tranche, le modèle adopté de l'histogramme obtenu est décrit sur la figure 2.12(b). La largeur totale de l'histogramme est égale à la hauteur de l'image. Sur cette figure, les régions **1** et **2** représentent les deux maximums, liés au contour de chaque côté de la cicatrice. Le point **3** est la région entre ces deux maximums. Les régions notées **4** représentent l'effet de la présence de grosses taches, assez éloignées de la cicatrice. Les régions **5** et **6**, dénotent la présence de taches proche de la cicatrice. Il en résulte un maximum local assez faible qui est fusionné avec la partie de l'histogramme correspondant à la cicatrice elle même. Des exemples d'endroits susceptibles de produire ces régions dans l'image précédente sont indiqués sur la figure 2.12(a). Remarquons que suivant la nature de la cicatrice, et de n , le point **3** qui représente un minimum entre les deux côtés de la cicatrice, peut varier entre 0 (côtés parfaitement séparés) et la hauteur des pics.

L'idée de l'algorithme est d'étudier ces histogrammes pour n variant de 1 à



(a) différentes zones d'influence dans chaque tranche



(b) effets des différents exemples de zones d'influence sur l'histogramme

FIG. 2.12 – *Modèle de l'histogramme d'une tranche*

N , et d'éliminer sur l'image tous les pixels qui peuvent être identifiés comme des taches compte tenu de l'histogramme. Pour cela, on extrait de chaque histogramme un couple de seuils (L_g, L_d) , délimitant la région de pixels à conserver (voir figure 2.12(b)). Puis sur la tranche concernée, on élimine tous les pixels n'entrant pas dans cette région. L'étape de détermination des seuils (L_g, L_d) est donc déterminante, et s'appuie sur l'étude des maximaux globaux et locaux. Deux critères sont utilisés dans cette tâche. Le critère τ_x est un critère de largeur en pixels, entre les deux maxima correspondant aux côtés des cicatrices. Il sert à décider si un deuxième maximum élevé est, de par sa distance au premier maximum global, le maximum du deuxième côté de la cicatrice. Ce critère est fixé par la largeur usuelle d'une cicatrice en pixel, compte tenu de la résolution fixe du numériseur, et de la distance

du patient par rapport à la caméra, elle aussi fixée dans le protocole d'acquisition^[5]. Le critère τ_m est un critère de hauteur relative entre maxima. Il permet de décider si un maximum doit être considéré comme le deuxième côté de la cicatrice, ou bien est suffisamment faible pour être considéré comme une tache proche de la cicatrice. L'utilisation de ces critères est illustrée sur la figure 2.13. Remarquons, que lorsque la région 3 est définie, et suffisamment faible, on enregistre sa position. Cette précaution trouvera son utilité dans l'étape suivante de régression par spline.

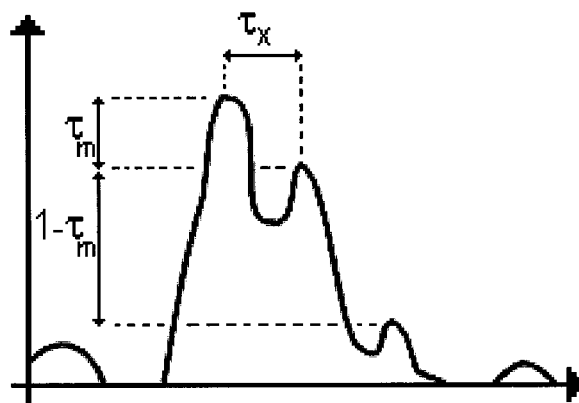


FIG. 2.13 – Critères τ_x et τ_m appliqués à l'étude des histogrammes par bande

L'aspect itératif/récursif de cet algorithme présente un avantage par rapport à une approche qui consisterait à appliquer l'algorithme une seule fois, pour une valeur fixée de n découpages. Avec n croissant, on élimine d'abord les plus grosses taches éloignées, qui nuiraient au processus si on appliquait directement une valeur de n élevée. En découpant petit à petit en plus de bandes, l'élimination se fait à des échelles de plus en plus petites. Et les petites taches très proches de la cicatrice qui pour des valeurs faibles de n sont trop peu apparentes dans l'histogramme pour être détectées, deviennent à leur tour détectables. L'algorithme est résumé dans le tableau 2.7. En pratique on prend $7 < N < 12$. Pour des valeurs trop élevées de N , le risque de perdre des moitiés de cicatrices suite à un mauvais jugement dans

l'étape 2) du tableau 2.7 est de plus en plus fort. Ceci est du à l'étroitesse des bandes, et du faible nombre de pixels concernés, pouvant créer de fortes variations sur l'histogramme.

TAB. 2.7 – *Algorithme d'étude multi-échelle des histogrammes par bandes*

Initialisation: calcul de l'histogramme global ($n = 1$) et enregistrement de la position du maximum global X_m , correspondant à la position moyenne de la cicatrice sur l'image. Puis, on répète les étapes suivantes pour les n bandes ($n = 1, \dots, N$):

1) Calcul de l'histogramme (si $n \neq 1$), et du maximum global X_1 . Comparaison de $|X_1 - X_m|$ avec $2\tau_x$. Si cette distance est supérieure, on élimine cette partie de l'histogramme et on répète cette étape. Si non, on initialise (L_g, L_d) aux premières valeurs gauche et droite nulles en partant de la position du maximum.

2) On élimine temporairement les valeurs de l'histogramme entre L_g et L_d , et on répète l'étape 1) en comparant cette fois la distance trouvée à τ_x , et en comparant la hauteur de ce deuxième maximum avec τ_m . Si la distance est inférieure à τ_x , et la hauteur supérieure à τ_m , ce deuxième maximum X_2 est considéré comme le deuxième pic du côté d'une cicatrice. On met alors à jour les valeurs de L_g et L_d en conséquence. Un tel cas intervient quand la région **3** est complètement définie (valeur du minimum local nulle). Si non, on passe à l'étape 3).

3) On cherche ici à savoir si il existe des petites taches dont la présence crée des minimums et maximums **5** et **6** locaux faibles compris entre L_g et L_d . On cherche les minimums locaux suivis (si à droite de X_1) ou précédés (si à gauche de X_1) d'un maximum. On compare les hauteurs de ces minimums/maximums avec $1 - \tau_m$. Si elles sont inférieures, alors on met à jour L_g et L_d avec les positions des minimums liés aux régions **6**.

4) Sur la bande d'image, on élimine tous les pixels dont la position est en dehors de la zone définie par l'intervalle $[L_g, L_d]$.

2.4.3 Régression par splines lissées

À ce niveau du processus global de segmentation, l'objectif est presque atteint. Nous sommes idéalement en possession d'une carte de force des contours ne contenant que des pixels situés dans les voisinages des contours de la cicatrice, l'intensité de ceux-ci exprimant la force du contour. Comme nous l'avons vu, il est possible et même très probable qu'il existe des trous dans le contour, trop faibles pour avoir été détectés par l'opérateur compas. La solution proposée ici permet de compléter ces trous en tenant compte de la force et de la courbure des parties visibles de manière à rendre le contour le plus continu possible. De plus, en modélisant le contour par un modèle mathématique tel que les splines, on offre un outil très efficace pour permettre ensuite des mesures cliniques sur le contour. L'idée est de faire une régression des pixels du contour, modélisée par une spline cubique lissée, dont le facteur de lissage λ est optimisé automatiquement. Avant de pouvoir calculer cette régression, une étape préliminaire est nécessaire, composée de trois sous-étapes: la rotation, la séparation et l'amincissement des deux côtés de la cicatrice.

2.4.3.1 Rotation, séparation et amincissement pondérés des deux côtés de la cicatrice

La séparation des deux côtés de la cicatrice (selon sa longueur) est nécessaire pour permettre la régression du contour. Il s'agit de décider de l'appartenance de chaque pixel au côté droit ou gauche du contour de la cicatrice. Elle consiste donc à scinder l'ensemble des pixels obtenus dans l'étape précédente en deux sous-ensembles, chacun regroupant les pixels associés à un côté de la cicatrice. La rotation a pour objectif d'aligner la cicatrice parfaitement avec l'axe horizontal pour minimiser les erreurs de projections lors de la séparation et de l'amincissement. Cet axe horizontal sera noté, axe des abscisses \vec{x} dans la suite. L'axe perpendiculaire, est appelé axe des ordonnées, et est noté \vec{y} . L'amincissement consiste à représenter

chaque sous-ensemble par une fonction discrète $\mathbf{y} = (y_i)$, telle qu'il existe exactement une valeur y_i pour chaque x_i . Ce signal \mathbf{y} n'est pas équiréparti puisqu'il est défini uniquement sur les abscisses telles qu'il existe une valeur y_i .

La rotation de la cicatrice se fait en utilisant la carte des orientations obtenues par l'opérateur compas, restreinte aux pixels retenus après l'étude itérative des histogrammes. La moyenne de ces orientations θ_s ($s = (i, j)$, les coordonnées des pixels) pondérée par la force de chaque pixel F_s est calculée, et on obtient l'orientation globale Θ de la cicatrice:

$$\Theta = \frac{\sum_s F_s \theta_s}{\sum_s F_s} \quad (2.33)$$

La rotation de l'image d'un angle Θ se fait par interpolation bilinéaire. C'est une technique classique de traitement d'image pour calculer des transformations avec minimisation des dégradations et des pertes d'information (voir ^[13] par exemple).

La séparation exploite les données de position des régions **3** recueillies dans l'étude itérative des histogrammes par bande. On calcule une régression par spline cubique lissée passant par ces points, avec un fort coefficient de lissage fixé. Nous présenterons en détail la théorie et l'algorithme d'une telle régression, qui est résumé dans le tableau 2.9. Soulignons seulement ici qu'une fois cette spline calculée, la décision de l'appartenance d'un pixel à un côté de la cicatrice se fait par sa position par rapport à cette spline. Cette spline en passant par les régions **3**, sépare d'elle même les côtés de la cicatrice.

Pour amincir chaque côté, nous calculons la moyenne des positions des pixels selon \vec{y} à l'abscisse x_i , pondérée par la force F_s des contours, en chaque pixel considéré. On obtient alors, pour chaque côté:

$$y_i = \frac{\sum_{p \text{ selon } \vec{y} \text{ à l'abscisse } x_i} F_s y_s}{\sum_{p \text{ selon } \vec{y} \text{ à l'abscisse } x_i} F_s} \quad (2.34)$$

TAB. 2.8 – *Algorithme de rotation, séparation et affinage pondérés*

- 1) Calcul de l'orientation de la cicatrice en utilisant l'équation (2.33), puis rotation de l'image.
- 2) Régression d'une spline cubique lissée en utilisant les régions 3 déterminées à lors de l'étude itérative des histogrammes par bande. Puis séparation de la cicatrice en deux sous-ensembles, déterminés par la position de la spline.
- 3) Amincissement de chaque sous-ensemble en utilisant l'équation (2.34) en chaque abscisses x_i de l'image où il y a présence de pixels selon la direction \vec{y} .

2.4.3.2 Approximation par splines lissées

Le problème posé est le suivant. Le contour d'un des côtés de la cicatrice est vu comme un signal **discret** à une dimension $\mathbf{y} = (y_i)$, de n valeurs, bruité. Ce signal \mathbf{y} n'est pas défini de façon équiréparti, c'est à dire que les x_i ne sont pas forcément équidistants (à cause des trous). On modélise le signal \mathbf{y} comme la somme de valeurs d'un certain signal continu g pris aux abscisses x_i et d'un bruit e :

$$y_i = g(x_i) + e(x_i) \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2.35)$$

où g est un signal **continu**, qui lui est défini sur tout l'intervalle des abscisses $[0, L]$ de l'axe \vec{x} (L est la longueur de l'image selon \vec{x}). On dit que le signal discret \mathbf{y} prend certaines valeur de g , et est dégradé par un bruit e . Nous désirons retrouver le signal original continu g . Ce problème est le problème classique de lissage de données bruitées, qui doit effectuer un compromis entre la force du lissage, et la fidélité aux données. Il fut abordé pour la première fois en 1923 par Whittaker^[53]. Puis repris par Schoenberg^[54] et Reinsch^[55] qui développèrent les splines lissées, outils que nous présenterons ici. Si on suppose que g est continue, m -dérivable et intégrable, alors une solution $g_{n,\lambda}$ acceptable est celle du problème de minimisation fonctionnelle suivant:

$$g_{n,\lambda} = \min_f \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2 + \lambda \int_0^L (f^{(m)}(u))^2 du \quad (2.36)$$

où λ est un réel positif qui contrôle le compromis entre la fidélité aux données représentées par la somme, et la souplesse mesurée par l'intégrale. Il est montré^{[54][55]} que la solution à ce problème est une spline d'ordre $2m$. C'est à dire une fonction polynômiale par morceaux, sur chaque intervalle $[x_i, x_{i+1}]$, dont chaque polynôme est d'ordre au maximum égal à $2m$. De plus, ces polynômes sont reliés de telle sorte que $g_{n,\lambda}$ soit continument dérivable jusqu'à l'ordre $2m - 2$. Pour plus de détails sur les splines et leurs caractéristiques, on se référera à ^[56]. Le paramètre λ est appelé paramètre de régularisation, ou paramètre de lissage. Si $\lambda = 0$, on obtient le cas **d'interpolation**, dans lequel la solution passe par tous les points (x_i, y_i) du signal discret \mathbf{y} . La spline n'est pas lissée dans cette situation. Pour $\lambda \neq 0$, on permet à la spline de ne pas passer par les points du signal discret. Ainsi, on s'affranchit du bruit. Si λ est choisi trop grand, la spline sera trop lissée, et on risque de s'écarter du signal original. Ce concept est illustré sur les figures 2.14, 2.15 et 2.16. Sur ces figures, le signal discret original est une sinusoïde auquel nous avons ajouté du bruit. Sur la figure 2.14, on effectue une régression avec un coefficient λ trop fort, de sorte que l'amplitude s'en trouve diminuée. Plus on augmente λ , plus la spline tend vers une droite. Sur la figure 2.15, λ est trop faible, et la spline suit trop les petites variations liées au bruit. On comprend donc l'importance du choix de λ . La valeur optimale de λ dépend de la variance du signal \mathbf{y} , de l'espacement des x_i , et surtout de la variance σ^2 du bruit e . Ces caractéristiques ne sont pas constantes d'une cicatrice à l'autre, et λ doit donc être déterminé pour chaque cicatrice. La méthode de détermination automatique de λ^* optimal que nous utilisons est présentée dans la section suivante. Son résultat sur l'exemple précédent est donné sur la figure 2.16.

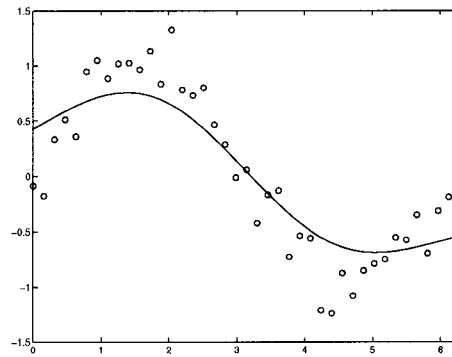


FIG. 2.14 – *Interpolation d'une sinusoïde bruitée avec λ trop fort*

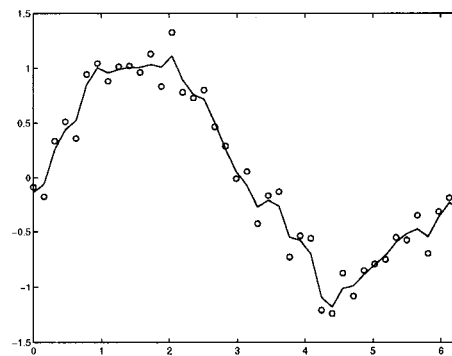


FIG. 2.15 – *Interpolation d'une sinusoïde bruitée avec λ trop faible*

2.4.3.3 Régularisation par validation croisée généralisée

La validation croisée généralisée de Wahba et Craven^[57] a l'avantage de ne nécessiter aucune connaissance à priori sur le signal et la nature du bruit. La validation croisée non généralisée suppose que le signal soit périodique, et défini de manière équidistante. Ce sont deux contraintes qui ne sont pas respectées par les cicatrices. Malgré tout, l'idée générale reste la même. La version généralisée peut être vue comme une version *pondérée*. L'idée intuitive est la suivante: on mesure l'optimalité d'une valeur de λ à sa capacité à prédire certaines valeurs y_i quand celles-ci ne sont pas prises en compte dans le calcul de $g_{n,\lambda}$.

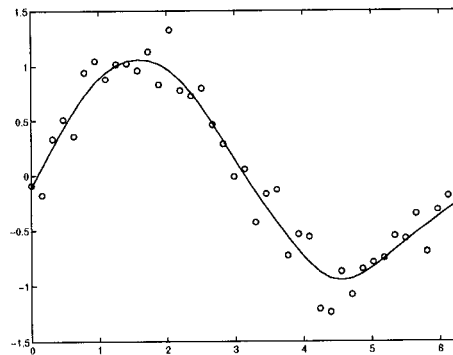


FIG. 2.16 – *Interpolation d'une sinusoïde bruitée avec λ^* optimal, obtenu par GCV*

Dans toute la suite, on reprend les notation de la section 2.4.3.2. Et on note:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

On appelle **matrice d'influence**, et on note \mathbf{A} , la matrice qui satisfait:

$$\begin{pmatrix} g_{n,\lambda}(x_1) \\ g_{n,\lambda}(x_2) \\ \vdots \\ g_{n,\lambda}(x_n) \end{pmatrix} = \mathbf{A}(\lambda)\mathbf{y} \quad (2.38)$$

Alors, par définition^[57], la fonction de validation croisée généralisée, qui mesure l'optimalité d'une certaine valeur de λ est:

$$V(\lambda) = \frac{\frac{1}{n} \|\mathbf{I} - \mathbf{A}(\lambda)\mathbf{y}\|^2}{\left[\frac{1}{n} \text{tr}(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\lambda))\right]^2} \quad (2.39)$$

Il est montré que $V(\lambda)$ peut aussi se réécrire sous la forme d'une *erreur quadra-*

tique pondérée:

$$V(\lambda) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (g_{n,\lambda}^{[k]}(x_k) - y_k)^2 w_k(\lambda) \quad (2.40)$$

où $g_{n,\lambda}^{[k]}$ est la spline construite en ôtant la $k^{\text{ième}}$ valeur y_k . Ceci rejoint et illustre notre définition intuitive de la validation croisée un peu plus haut. Dans le cas généralisé, on a:

$$w_k(\lambda) = \left[\frac{1 - a_{kk}(\lambda)}{\frac{1}{n} \text{tr}(\mathbf{I} - \mathbf{A}(\lambda))} \right] \quad (2.41)$$

où $a_{kk}(\lambda)$ sont les éléments diagonaux de $\mathbf{A}(\lambda)$ ⁹. Alors, la valeur optimale λ^* est définie comme le **minimum** de $V(\lambda)$.

2.4.3.4 Implémentation de la GCV

Pour l'implémentation on utilise l'algorithme proposé par Shahraray et Anderson^[58]. Les auteurs se basent sur différents travaux pour simplifier le calcul de l'équation (2.39). Ils se basent sur le fait que la solution de (2.36) peut s'écrire:

$$g_{n,\lambda}(x) = \sum_{i=1}^m \beta_{i,\lambda} \phi_i(x) + \sum_{i=1}^n \delta_{i,\lambda} E_m(x - x_i) \quad (2.42)$$

avec:

$$E_m(x) = b_m |x|^{2m-1} \quad \text{et} \quad b_m = \frac{(-1)^m}{[1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2m-1)](m-1)! 2^m} \quad (2.43)$$

et:

$$\phi_i(x) = x^{i-1} \quad (2.44)$$

Les $\beta_{i,\lambda}$ et $\delta_{i,\lambda}$ sont des paramètres réels. On les note sous forme vectorielle:

9. Dans le cas non généralisée, on a $w_k = 0, \quad \forall k$.

$$\beta_\lambda = \begin{pmatrix} \beta_{1,\lambda} \\ \beta_{2,\lambda} \\ \vdots \\ \beta_{m,\lambda} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \delta_\lambda = \begin{pmatrix} \delta_{1,\lambda} \\ \delta_{2,\lambda} \\ \vdots \\ \delta_{n,\lambda} \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

En résumé, (2.42) signifie que $g_{n,\lambda}(x - x_i)$ peut s'exprimer comme combinaison linéaire dans un *espace* de base E_m et ϕ_i . Pour calculer $V(\lambda)$, on construit d'abord la matrice $\mathbf{K} = (k_{ij})$ de taille $n \times n$, et la matrice $\mathbf{S} = (s_{ij})$ de taille $n \times m$, telles que:

$$k_{ij} = E_m(x_i - x_j) \quad \text{et} \quad s_{ij} = \phi(x_i) \quad (2.46)$$

On calcule ensuite plusieurs décompositions matricielles. La première est une décomposition QR de la matrice $\mathbf{S} = \mathbf{F}\mathbf{G}$ telle que \mathbf{F} est une matrice orthogonale $n \times n$, et \mathbf{G} est une matrice de taille $n \times m$ avec des 0 sous sa diagonale principale. On a alors la décomposition par matrice bloc:

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}\mathbf{G} = [\mathbf{F}_1 : \mathbf{F}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

où \mathbf{F}_1 sont les m premières colonnes de \mathbf{F} , \mathbf{F}_2 sont les $n - m$ dernières, et \mathbf{G}_1 sont les m premières lignes de \mathbf{G} . On effectue ensuite une décomposition de Cholesky de $\mathbf{F}_2^T \mathbf{K} \mathbf{F}_2$:

$$\mathbf{F}_2^T \mathbf{K} \mathbf{F}_2 = \mathbf{L}^T \mathbf{L} \quad (2.48)$$

où \mathbf{L} est une matrice triangulaire supérieure de taille $n \times m$. On effectue ensuite une décomposition par valeurs propres de la matrice \mathbf{L}^T :

$$\mathbf{L}^T = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T \quad (2.49)$$

où \mathbf{U} est une matrice orthonormale de taille $(n - m) \times (n - m)$, \mathbf{D} est une matrice diagonale de taille $(n - m) \times (n - m)$ dont les éléments diagonaux sont notés d_i , \mathbf{V} est une matrice orthogonale de taille $(n - m) \times (n - m)$. Alors, si on note $\mathbf{z} = (z_i)$ le vecteur:

$$\mathbf{z} = \mathbf{U}^T \mathbf{F}_2^T \mathbf{y} \quad (2.50)$$

on peut calculer $V(\lambda)$:

$$V(\lambda) = \frac{n \sum_{i=1}^{n-m} \left[\frac{n\lambda}{d_i^2 + n\lambda} \right]^2 z_i^2}{\left[\sum_{i=1}^{n-m} \frac{n\lambda}{d_i^2 + n\lambda} \right]^2} \quad (2.51)$$

Puis, les valeurs de β_λ et δ_λ sont données par:

$$\begin{aligned} \delta_\lambda &= \mathbf{F}_2 \mathbf{U} (\mathbf{D}^2 + n\lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{z} \\ \beta_\lambda &= \mathbf{G}_1^{-1} \mathbf{F}_1^T (\mathbf{y} - \mathbf{K} \delta_\lambda) \end{aligned} \quad (2.52)$$

Une fois que l'on est à même de pouvoir calculer $V(\lambda)$, il faut trouver son minimum global λ^* . Pour ce faire, on utilise une méthode de recherche proposée spécifiquement pour la GCV^[59]. Cette méthode en deux étapes consiste à d'abord à faire une recherche approximative en calculant $V(\lambda)$ sur une grille de $\log_{10}(\lambda)$. Puis pour ce minimum approximatif, faire une recherche selon la section dorée dans son voisinage^[60]. L'algorithme pour construire chaque spline pour les contours de la cicatrice est résumé dans le tableau 2.9.

TAB. 2.9 – *Algorithme de régression par splines lissées*

Pour chaque côté de la cicatrice, on effectue les étapes suivantes:

- 1) Construire les matrices \mathbf{K} et \mathbf{S} grâce aux équations (2.43), (2.44) et (2.46).
- 2) Effectuer les décompositions (2.47), (2.48) et (2.49).
- 3) Calculer $V(\lambda)$ (équation (2.51)), trouver son minimum global, et la valeur λ^* optimale.
- 4) Construire la spline optimale du contour, en utilisant (2.42) et (2.52).

2.5 Évaluation préliminaire

Dans cette section nous présentons les méthodes que nous utiliserons dans le prochain chapitre pour valider les différentes étapes de la méthodologie, et fixer les différents paramètres. Certains seront choisis de manière subjective, et d'autres utilisent des critères objectifs.

2.5.1 Prétraitement

Les paramètres du filtre homomorphe (g_H, g_L, σ) sont choisis de manière subjective, et fixés pour l'ensemble des cicatrices. De nature fréquentielle, ce filtre s'applique uniformément sur toute l'image. Le filtrage par EDP proposé dans la section 2.2.2 est la fusion d'une diffusion anisotropique et d'un filtre de choc couleurs et cohérents. Il nécessite l'ajustement de nombreux paramètres. Ceux ci sont résumés dans le tableau 2.10. Certains de ces paramètres seront choisis de façon empirique car leur influence ne peut se mesurer que sur le résultat final, qui est subjectif. D'autres comme ceux de stabilité et de temps itératif seront choisis en utilisant un critère de distance à une image de référence. Ils nous faut donc définir une certaine distance entre deux images $u(i,j)$ et $v(i,j)$. Nous utilisons la distance euclidienne normalisée¹⁰ suivante:

$$\langle u, v \rangle = \frac{1}{n_i n_j} \sqrt{\sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} \sum_X^{R,G,B} (u_X(i,j) - v_X(i,j))^2} \quad (2.53)$$

10. Normalisée au sens du nombre de pixels de l'image, car nous traitons des images qui peuvent être de tailles différentes.

où

n_i, n_j	sont les dimensions des images
u_X	représente le canal X de l'image u

Remarquons de plus que dans un filtre à base d'EDP, une notion importante de *temps* apparaît. Pour faire la distinction avec notre temps en **secondes**, l'unité que nous adopterons ici pour parler du temps de l'EDP est l'**UTE**, ou *unité de temps d'évolution*. Un paramètre important à choisir est par exemple le temps global d'évolution en UTE.

TAB. 2.10 – *Paramètres du filtrage par EDP*

Paramètre	Notation
Temps d'évolution itératif	Δt
Temps d'évolution global	$N_i \Delta t$
Seuil de cohérence	s
Loi d'attache aux données	δ
Dynamique de choc	γ
Diffusité	α
Contrainte à priori	θ_{min}
Proportion diffusion/choc	ξ

2.5.1.1 Temps itératif d'évolution Δt

Le temps itératif d'évolution est un paramètre fondamental pour tout filtre à base d'EDP. Plus il est petit, plus il faudra d'itérations (N_i) pour arriver à un même résultat (c'est à dire un même temps d'évolution global), car le temps total en UTE est $N_i \Delta t$. La conséquence directe est que même si le temps global en UTE est constant, le temps réel en secondes et les coûts de calculs pour arriver

au résultat est plus grand, car nécessitant un nombre d'itérations plus grand lui aussi¹¹. Néanmoins, on ne peut choisir Δt aussi grand que l'on veut, car il influe directement sur la stabilité du filtre. Ces aspects sont discutés dans l'annexe II, et sont liés au type d'implémentation choisi. Par exemple, une implémentation explicite classique a le mérite d'être simple, mais a l'inconvénient de ne pas tolérer des temps d'itération élevés. Dans notre situation, nous utilisons un schéma explicite à base de masques de dérivations^[33]. Les auteurs de cette référence ont observé qu'il présente notamment l'avantage de stabiliser l'EDP sur des temps d'itérations plus élevés qu'un schéma explicite classique.

Il faut donc faire un compromis entre stabilité du filtre, et temps de calcul. Pour trouver le meilleur compromis, nous avons utilisé le protocole suivant. Nous avons fixé tous les paramètres autres que N_i et Δt à des valeurs nominales. Un temps global de $N_i \Delta t = 10$ UTE est choisi, et différents couples $(N_i, \Delta t)$, tels que $N_i \Delta t = 10$ sont étudiés. La valeur $\Delta t = 0.1$ ($N_i = 100$) est prise comme référence. Cette valeur très faible est suffisante pour un schéma explicite classique. À chaque couple, on mesure la distance de l'image obtenue à celle de l'image de référence.

2.5.1.2 Seuil de cohérence s

Le seuil de cohérence est aussi un paramètre important dans le filtre EDP proposé. Il fixe le seuil en deça duquel il est estimé qu'un contour de cicatrice est présent localement. En dessous de ce seuil, la diffusion et le choc deviennent adaptatifs. Il est à priori assez difficile de déterminer ce seuil, et encore moins évident de le fixer pour toutes les cicatrices. Chaque cicatrice est unique et peut présenter un niveau de cohérence différent selon son âge, même si l'on considère que le protocole d'acquisition est fixé (type de caméra, distance, illumination etc). Idéalement, pour chaque cicatrice, il faudrait préalablement faire une mesure de

11. Le coût d'une itération reste constant pour un même filtre.

la cohérence de ses contours, et en prendre la moyenne ou la valeur minimale par exemple. Ceci est très difficile car cela sous-entend que l'on sache précisément où est la cicatrice, or c'est exactement ce que l'on cherche à faire...

Nous avons étudié les histogrammes normalisés des niveaux de cohérence de chaque image. Ces histogrammes sont normalisés (le niveau de cohérence est compris entre 0 et 1, et l'aire de chaque histogramme est égale à 1) pour espérer trouver des tendances de formes, ou de valeur. Même si ce faisant, nous nous affranchissons du problème que les cicatrices peuvent avoir des niveaux des cohérences moyens différents d'une cicatrice à l'autre, nous faisons quand même la supposition suivante: la cicatrice sur l'image couvre approximativement la même surface par rapport au reste de la peau d'une cicatrice à l'autre. Nous verrons dans le prochain chapitre que cette observation nous permet de tirer certaines conclusions.

2.5.1.3 Attache aux données δ , nombre d'itérations N_i , diffusité α

L'attache aux données δ permet de corriger l'instabilité du filtre à long terme. Nous remarquerons en effet que si on laisse évoluer le filtre très longtemps, l'image s'éloigne de plus en plus de l'image originale, et des artefacts apparaissent. L'attache aux données δ est une loi, dépendante de la distance entre l'image à l'instant t , et l'image originale, qui pondère plusieurs facteur de diffusion (diffusité α et vitesse de choc V_e), de manière à ce que l'image ne s'éloigne progressivement jamais trop de l'image originale. Le type de loi, et ses paramètres seront choisis de manière empirique. Le temps d'évolution global $N_i \Delta t$ (et donc le nombre d'itérations N_i) sera lui aussi choisi de manière empirique, par rapport à un critère de distance entre image finale et image originale. De même, du fait que $\delta(t)$ pondère α tout au long du filtrage, la diffusité α est fixée subjectivement. Une valeur plus grande de α conduirait δ à corriger et ramener la valeur globale $\delta(t)\alpha$ à une valeur identique.

2.5.1.4 Dynamique de choc γ

Le paramètre γ régit la dynamique du choc dans l'équation de sa vitesse (3.10). Rappelons qu'un choc n'est créé que si localement le seuil de cohérence est au dessus du seuil s . L'objectif sous-entendu est de ne créer des chocs que sur le contour de la cicatrice, et ainsi ne réhausser le contraste que de celle ci. Un filtre de choc uniforme crée des chocs sur toute l'image, ce qui a pour inconvénient d'être très sensible au bruit, et de créer des faux contours. Le filtre proposé dans la méthodologie intègre une notion de cohérence. C'est à dire que sa vitesse va dépendre de la cohérence locale, et aussi du critère d'attache aux données δ . Pour un niveau de cohérence élevé, le choc sera rapide. L'allure de la variation de cette vitesse est donnée sur la figure 2.6. La dynamique du choc est la largeur de la plage entre un choc de vitesse 0, et un choc de vitesse δ . Ce critère sera choisi empiriquement, de manière à obtenir un rehaussement homogène des contours.

2.5.1.5 Contrainte à priori θ_{min}

Le paramètre θ_{min} tire parti du fait que les cicatrices se présentent toujours selon une direction globalement horizontale. En effet, la cicatrice suit la colonne vertébrale du patient. Ce dernier est debout. Et les caméras sont fixées au sol. La cohérence locale nous renseigne sur la direction du contour. Donc si on limite les cas de diffusions modérées (elliptiques non circulaires) aux contours dont la direction est dans un cône autour de la direction horizontale, alors les régions de cohérences élevées mais n'appartenant pas à ce cône (sous-entendu, les taches et grains de beauté) subiront l'effet d'une diffusion forte et circulaire. Le paramètre θ_{min} définit ce cône. Malheureusement, bien que la cicatrice soit globalement horizontale, localement, ces irrégularités peuvent avoir des directions s'éloignant de l'horizontale. Il nous faut donc choisir un compromis.

Pour choisir la valeur de ce paramètre, nous avons fait plusieurs expériences

avec des valeurs différentes, et mesuré subjectivement les différences autour des cicatrices. Pour une valeur de θ_{min} de 90° par exemple, toutes les directions sont préservées. Mais les taches et grains de beauté sont moins bien éliminés. Ce cas équivaut à l'absence de contrainte. Pour $\theta_{min} = 0^\circ$, la diffusion est circulaire partout. Le contour n'est pas protégé. Mais les taches sont bien éliminées. Nous avons observé à partir de quelles valeurs de θ_{min} des différences apparaissent avec l'image de référence à 90° .

2.5.2 Segmentation, détection des contours locaux

Le seul paramètre d'influence pour le détecteur de contour de la méthodologie proposée est celui du rayon σ de l'opérateur compas. Ce rayon est celui du voisinage circulaire qui est considéré en chaque pixel. Ce rayon doit être adapté à la taille d'un contour de cicatrice, c'est à dire la largeur de transition entre la peau et l'intérieur de la cicatrice. Sur une image numérique, cette largeur de transition est caractérisée par la distance de l'objet à la caméra, la résolution de la caméra, sa mise au point, et dans une moindre mesure, la nature de l'objet lié à cette transition. Les trois premiers critères sont fixés par le protocole d'acquisition. Et les quatre images considérées dans ce chapitre sont toutes issues de la même caméra. Nous pouvons donc fixer empiriquement ce paramètre σ pour toutes les cicatrices.

2.5.3 Post-traitement

Seul l'algorithme à base d'histogrammes itératifs nécessite l'ajustement de paramètres. Trois paramètres régissent le fonctionnement de cet algorithme présenté au tableau 2.7. Le paramètre τ_x est le seuil de largeur en pixels entre les deux bords latéraux de la cicatrice. Le paramètre τ_m est un critère de hauteur relative entre maximaux. Il illustre le rapport entre la hauteur d'un maximum local, et le maximum global de l'histogramme étudié. Une illustration de ce paramètre est donné sur la figure 2.13 dans le chapitre précédent. Et enfin, le paramètre N_i est

le nombre d'itérations. Ces trois paramètres ont été fixé de manière empirique.

2.5.4 Validation globale

Pour valider l'ensemble de la méthodologie, nous avons comparé les contours extraits par l'algorithme avec ceux tracés par un opérateur manuellement. Ce dernier utilise les images après pré-traitement pour plus de confort (certaines parties des cicatrices sont invisibles avant pré-traitement à cause des défauts d'illumination). La validation concerne donc surtout l'étape de segmentation et le post-traitement. Malgré tout, quand l'opérateur n'est pas certain de ce qu'il voit en un point de la cicatrice (contour ou non), cette partie n'est pas prise en compte.

Puis les écarts en pixels (et donc en *mm* en connaissant la résolution du numériseur) entre les contours de l'opérateur et ceux extraits par la méthodologie sont mesurés. Des calculs de type statistique (moyenne, écart-type, intervalle de confiance à 95%) sont ensuite réalisés.

CHAPITRE 3

RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Ce chapitre présente les résultats aux différents stades de la méthodologie: images originales, images prétraitées (filtrage homomorphique, et filtrage EDP), détection des contours locaux, et post-traitement. Chaque étape est accompagnée d'une discussion des résultats. Les implémentations ont toutes été réalisées sous Matlab 6.1. Le détecteur de contours a de plus été compilé sous la forme de fichiers codés en C, grâce au compilateur Mex-files de Matlab, pour plus de rapidité. Les tests ont été faits sur un PC Athlon XP 1.7 GHz avec 520 Mo de Ram, Windows 2000, et l'image logicielle du Laboratoire d'Imagerie et de Vision 4D du département de génie informatique (LIV4D). Chaque étape contient le choix et une justification des paramètres, les résultats, et une discussion.

3.1 Images originales

Dans ce chapitre nous utilisons quatre images de cicatrices, provenant toutes du même type de caméra Inspeck, dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau 2.1. Ces quatre cicatrices ont été choisies pour les caractéristiques différentes qu'elles proposent. La cicatrice **1** est jeune, donc assez bien contrastée, bien illuminée, sur une peau claire uniforme, et assez petite. C'est en quelque sorte une cicatrice idéale. La cicatrice **2** est très grande. Il y a une large marque de bronzage transversale assez contrastée (relativement à la cicatrice), plusieurs grains de beautés. La cicatrice elle même est faiblement contrastée, et a une couleur qui varie. La partie extrême droite a évolué légèrement différemment, et est d'une couleur plus foncée que le reste. L'image de la cicatrice **3** souffre d'une faible illumination hétérogène. Le patient possède de plus de très nombreuses taches et grains de

beautés, parfois très proches de la cicatrice. La cicatrice 4 est la plus grande. Elle est tronquée à droite car le reste était caché par la tenue du patient. Elle a une largeur qui varie, et par conséquent, elle semble être en deux ou trois morceaux, car invisible par endroits.



FIG. 3.1 – *Cicatrices originales, 1 et 2*



FIG. 3.2 – *Cicatrices originales, 3 et 4*

Comme nous l'avons souligné dans la méthodologie, la résolution du numériseur utilisé est assez faible. Rappelons aussi que le protocole d'acquisition est délicat, et

conduit souvent à une faible illumination de la scène. Celle-ci conduit à un faible contraste des cicatrices. Il en résulte des images qui sont dans l'ensemble difficiles à traiter et à analyser et fragiles aux traitements. De nouveaux numériseurs Inspeck sont à venir bientôt, et les résultats et conclusions présentés ici ne doivent pas faire oublier qu'ils seront sans doute prochainement, fortement améliorés par une meilleure résolution des caméras.

3.2 Prétraitement et rehaussement des images

Dans cette section, nous présentons les résultats liés au filtrage homomorphique, puis au filtrage par EDP. Ce dernier, assez sophistiqué, nécessite l'ajustement de nombreux paramètres.

3.2.1 Filtrage homomorphique

Le filtrage homomorphique correspond au schéma de la figure 2.2 dans le chapitre précédent, avec le filtre fréquentiel suivant :

$$H(u,v) = (g_H - g_L)(1 - \mathcal{N}_\sigma(u,v)) + g_L \quad (3.1)$$

On peut voir un exemple de filtre H sur la figure 2.3 dans le chapitre précédent. Trois paramètres sont à choisir : g_H , g_L , et σ . Le paramètre g_H doit être supérieur à 1 pour amplifier les hautes fréquences, et g_L doit être inférieur à 1 pour filtrer les basses fréquences responsables des défauts d'illumination. Il est très difficile de quantifier objectivement l'influence de ces paramètres car nous ne disposons pas d'outils de mesures précis de validation des cicatrices. De plus, cette étape est la première d'une longue série avant d'en arriver au contour de la cicatrice. Le choix de ces paramètres s'est donc fait de manière empirique et subjective. C'est à dire qu'il correspond au moment où il nous semble que les défauts d'illumination sont suffisamment bien traités, sans trop amplifier le bruit. Les paramètres retenus sont

ceux du tableau 3.1.

TAB. 3.1 – Valeurs des paramètres du filtre homomorphique

Paramètre	Valeur
g_H	2
g_L	0.5
σ	2



FIG. 3.3 – Cicatrice 1 et 2 filtrées par filtrage homomorphique (g_H , g_L et σ selon 3.1)

On peut voir sur ces résultats (figures 3.3 et 3.4)) l'effet bénéfique de ce filtre sur l'illumination. Sur la cicatrice 3 par exemple, la partie gauche de l'image était plus sombre que la partie droite. Le filtrage homomorphique a rendu l'illumination plus homogène et laissé apparaître la partie gauche de la cicatrice, presque invisible auparavant. La partie complètement à droite de la cicatrice est de même beaucoup plus contrastée. Le même type de remarques peut être fait sur les autres cicatrices. L'inconvénient de ce filtre vient de sa nature fréquentielle. Il amplifie toutes les hautes fréquences, et donc aussi celles liées au bruit. Le bruit est donc aussi réhaussé. Ce filtre est non sélectif, et ne s'applique pas qu'aux cicatrices sur

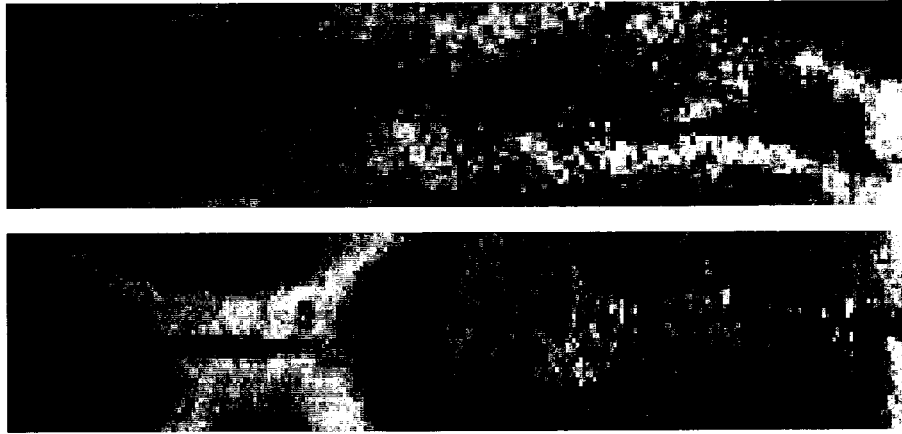


FIG. 3.4 – Cicatrices 3 et 4 filtrées par filtrage homomorphique (g_H , g_L et σ selon 3.1)

l'image. L'élimination du bruit, de manière sélective cette fois, est laissée à la tâche du filtrage par EDP de la prochaine section.

TAB. 3.2 – Temps de calculs, filtrage homomorphique

Cicatrice	Temps de calculs (secondes)	Taille des images (pixels ²)
1	0.31	9260
2	0.70	19631
3	1.01	29920
4	0.38	10783

3.2.2 Filtrage EDP

Le filtrage par EDP proposé dans la section 2.2.2 est la fusion d'une diffusion anisotropique et d'un filtre de choc couleurs et cohérents. Il nécessite l'ajustement de nombreux paramètres. Ceux ci sont résumés dans le tableau 3.3. Les méthodes utilisées pour fixer les valeurs de ces paramètres sont expliqués dans la section 2.5.

TAB. 3.3 – Paramètres du filtrage par EDP

Paramètre	Notation
Temps d'évolution itératif	Δt
Temps d'évolution global	$N_i \Delta t$
Seuil de cohérence	s
Loi d'attache aux données	δ
Dynamique de choc	γ
Diffusité	α
Contrainte à priori	θ_{min}
Proportion diffusion/choc	ξ

3.2.2.1 Temps itératif d'évolution Δt

Pour trouver le meilleur compromis entre stabilité du filtre et temps de calculs, nous avons utilisé le protocole suivant. Nous avons fixé tous les paramètres autres que N_i et Δt à des valeurs nominales. Un temps global de $N_i \Delta t = 10$ UTE est choisi, et différents couples $(N_i, \Delta t)$, tels que $N_i \Delta t = 10$ sont étudiés. La valeur $\Delta t = 0.1$ ($N_i = 100$) est prise comme référence. Cette valeur très faible est suffisante pour un schéma explicite classique. À chaque couple, on mesure la distance de l'image obtenue à celle de l'image de référence. Les résultats pour les quatre cicatrices sont représentés sur la figure 3.5.

Nous pouvons observer que la distance est croissante et s'accélère avec les Δt croissants. **Visuellement**, les premières différences (minimes) avec l'image de référence apparaissent pour $\Delta t = 2$ (cicatrices 1 et 4) ou $\Delta t = 5$ (cicatrices 2 et 3). Sur la figure 3.6, nous avons retranché l'image résultante de la cicatrice 1 pour $\Delta t = 1$ avec celle de l'image résultante pour $\Delta t = 2$ et $\Delta t = 5$. Ces différences ont été fortement amplifiées, pour les rendre visibles. Visuellement, elles sont difficilement décelables.

En regard de ces résultats, le compromis $\Delta t = 1$ fut choisi. Ces tests rejoignent d'ailleurs les résultats trouvés par Schar et Weickert^[33]. C'est une bonne solution si

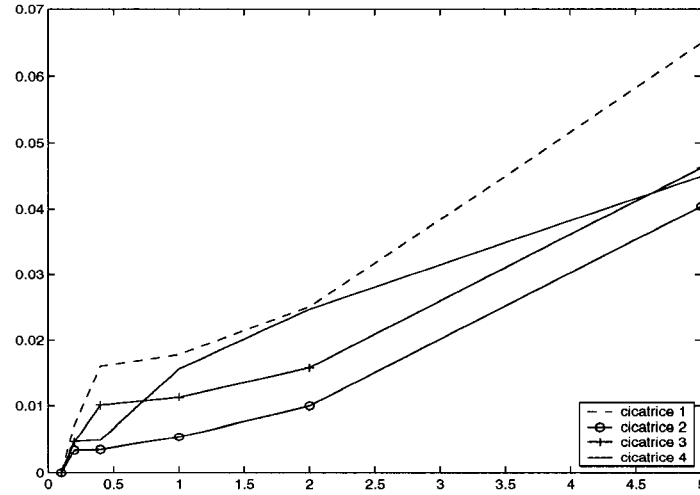


FIG. 3.5 – Mesure de la distance à $N_i \Delta t = 10$ entre chaque image de cicatrices et une image de référence ($\Delta t = 0.1$). En abscisses, la valeur de Δt

on la compare à d'autres filtres à base d'EDP avec des schémas d'implémentations réputés stables (semi-explicite, ou implicite).

3.2.2.2 Seuil de cohérence s

Nous avons étudié les histogrammes normalisés des niveaux de cohérences de chaque image. Ces histogrammes sont normalisés (le niveau de cohérence est compris entre 0 et 1, et l'aire de chaque histogramme est égale à 1) pour espérer trouver des tendances de formes, ou de valeur. Même si ce faisant, nous nous affranchissons du problème que les cicatrices peuvent avoir des niveaux des cohérences moyens différents d'une cicatrice à l'autre, nous faisons quand même la supposition suivante: la cicatrice sur l'image couvre approximativement la même surface par rapport au reste de la peau d'une cicatrice à l'autre. Les résultats sont présentés sur la figure 3.7.

La cohérence locale Δ_2 caractérise la force des contours locaux. Deux classes d'objets sur les images sont prépondérantes: la peau claire (cohérence assez faible),

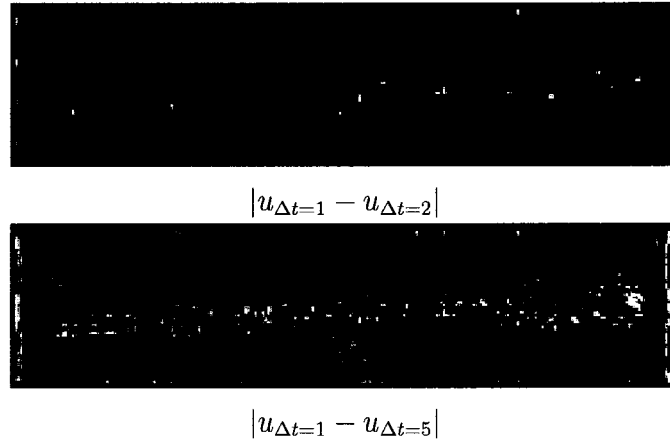


FIG. 3.6 – Différences entre images finales ($N_i \Delta t = 10$), pour la cicatrice 1, entre $\Delta t = 1$ et $\Delta t = 2$, et entre $\Delta t = 1$ et $\Delta t = 5$.

et les contours de la cicatrice et des taches (cohérence moyenne). Intuitivement, nous pouvons nous attendre à ce que ces deux classes aient des répartitions très proches d'une gaussienne. Les histogrammes devraient être la combinaison de ces deux gaussiennes. C'est ce qui est observé, mais malheureusement, ces deux gaussiennes ne sont pas dissociables, car leurs centres et leurs variances (largeurs) les font fusionner. Ces conjonctures ont été vérifiées en seuillant les images à différentes valeurs de cohérence. La valeur pour laquelle la cicatrice est isolée du fond, se situe vers la droite du maximum de l'histogramme. Ce maximum correspond au maximum de la gaussienne représentant le fond de l'image (la peau). Ceci est sujet à la condition évoquée plus haut que les contours des cicatrices et des taches ne couvrent pas une surface plus grande que le reste. Cette condition est généralement satisfaite, car la surface homogène de la cicatrice elle-même est déjà presque aussi grande que celle de ses contours.

On ne peut donc trouver avec certitude le seul optimal pour dissocier les deux gaussiennes. Une étude de la modélisation sous forme de deux gaussiennes, avec un algorithme de type Expectation-Maximization (EM)^[52], permettrait de situer avec précision ce seuil à chaque cicatrice et à chaque itération. Mais il ne nous a

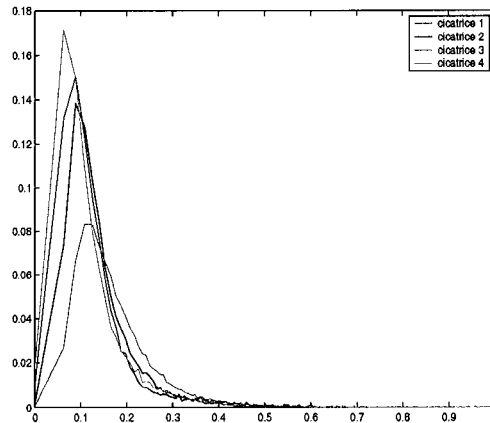


FIG. 3.7 – Histogrammes normalisées des valeurs de cohérence Δ_2 pour chaque cicatrice, pour les images issues du filtrage homomorphique. En ordonnée, la distance 2.53 normalisée (sans unité), et en abscisse, l'histogramme est normalisé (sans unité)

pas semblé nécessaire d'apporter un tel niveau de complexité pour le choix d'un seul des paramètres. Les histogrammes normalisés étant assez semblables, le choix de s se fait de la manière suivante. À chaque itération, la valeur de seuil s_{max} pour laquelle le maximum de l'histogramme normalisé est obtenu est calculée. Puis le seuil est fixé à la valeur $s = \frac{3}{2}s_{max}$. Un exemple de seuillage de l'image pour les valeurs de cohérence supérieures à ce seuil est donné sur la figure 3.8.

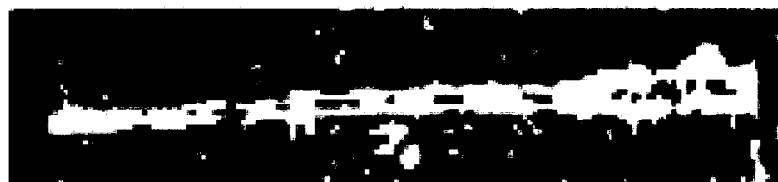


FIG. 3.8 – Seuillage de la cicatrice pour des valeurs de cohérence locale supérieures à $s = \frac{3}{2}s_{max}$ (cicatrice 1). Où s_{max} est la valeur de seuil pour laquelle le maximum de l'histogramme normalisé des valeurs de cohérences de l'image est obtenu

3.2.2.3 Attache aux données δ

Le critère d'attache aux données δ influe sur la diffusité et sur la vitesse du choc:

$$\lambda_1 = \begin{cases} \delta\alpha \cdot \left(1 - \frac{\Delta_2^2}{s^2}\right) & \text{si } \Delta_2^2 \leq s^2 \text{ et } |w_2(1)| > \theta_{min} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.2)$$

$$\lambda_2 = \delta\alpha \quad (3.3)$$

et

$$a = \begin{cases} \delta \cdot (1 - \exp\{-\gamma \cdot (\Delta_2^2 - s^2)\}) & \text{si } \Delta_2^2 \geq s^2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.4)$$

où

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{si } |u_{t=0} - u_t| = 0 \\ 0 & \text{si } |u_{t=0} - u_t| \rightarrow \infty \end{cases} \quad (3.5)$$

L'équation (3.5) traduit le fait que lorsque les images résultantes s'éloignent de l'image originale (selon une distance à définir), l'évolution de l'EDP est freinée et stabilisée. Nous ne parlons pas ici de la même stabilité que celle évoquée dans la discussion de la section 3.2.2.1. Le problème d'instabilité qui survient si nous ne définissons pas d'attache aux données δ est d'un autre ordre. Sans attache aux données, l'EDP continue d'évoluer, de diffuser et de créer des chocs sans vraiment de critères d'arrêts. Il s'en suit l'apparition d'artefacts, qui sont alors rapidement amplifiés par le processus de diffusion/choc. Sur la figure 3.9, les distances des quatre cicatrices par rapport à leurs images originales, en fonction du temps global en UTE sont présentées. On peut voir qu'au delà d'un certain temps, ou d'une certaine distance, l'évolution est instable et accélérée. Sur la figure 3.10, est présenté un détail de la cicatrice 1 après 100 UTE, montrant les artefacts évoqués plus haut.

Nous voyons donc que l'application d'une attache aux données est importante.

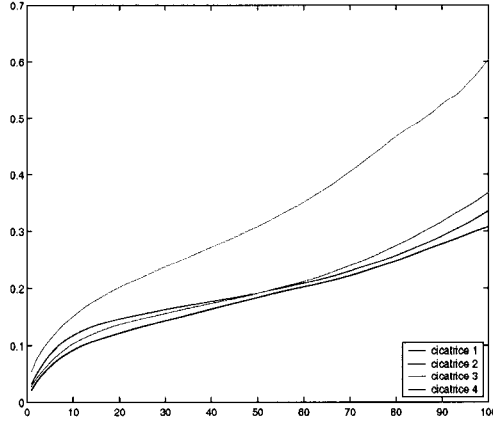


FIG. 3.9 – *Evolution des cicatrices jusqu'à 100 UTE, sans attache aux données. En ordonnée: distance (2.53). En abscisse: le temps en UTE. ($\delta = 1$, $\alpha = 0.5$, $s = 3/2s_{max}$, $\Delta t = 1$, $\gamma = 10$, $\xi = 0.5$, $\theta_{min} = 60$)*



FIG. 3.10 – *Détail de la cicatrice 1, après 100 UTE ($\delta = 1$, $\alpha = 0.5$, $s = 3/2s_{max}$, $\Delta t = 1$, $\gamma = 10$, $\xi = 0.5$, $\theta_{min} = 60$)*

Il nous faut du reste choisir la loi $\delta(< u_{t=0}, u_t >)$. Nous avons observé visuellement, et à partir du graphique de la figure 3.9, que les artefacts commencent à apparaître à partir d'une distance par rapport à l'image originale d'environ 0.15 à 0.2. Nous avons choisi la loi de type Tukey suivante:

$$\delta(< u_{t=0}, u_t >) = 1 - \left(\frac{(< u_{t=0}, u_t >)}{0.15} \right)^2 \quad (3.6)$$

Cette loi est représentée sur la figure 3.11. Elle décroît lentement pour des faibles distances, ainsi elle maintient une évolution à une vitesse soutenue. Puis dès

que l'image approche une distance proche de 0.15, l'évolution est freinée pour être stabilisée. Ce type de loi permet de ne pas trop ralentir l'évolution, et donc de ne pas augmenter les temps de calcul nécessaires.

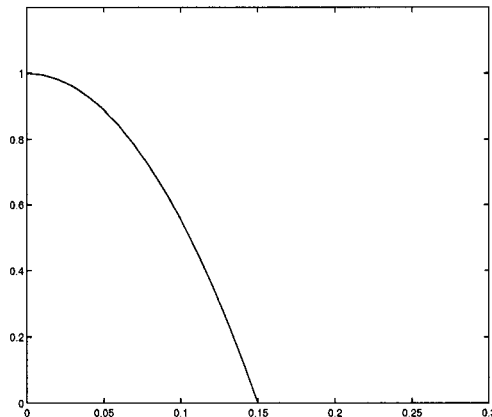


FIG. 3.11 – Graphique de la loi d'attache aux données $\delta(< u_{t=0}, u_t >)$

Sur la figure 3.12, le même graphique que sur la figure 3.9, mais avec l'attache aux données de l'équation (3.6). On peut voir que les évolutions sont bien stabilisées. De plus, elles atteignent un niveau stable très rapidement, ce qui va permettre d'arrêter l'évolution de l'EDP assez rapidement aussi comme nous allons le voir à la prochaine sous-section.

3.2.2.4 Temps d'évolution global $N_i \Delta t$

Pour fixer le temps d'évolution global, nous avons choisi le critère d'arrêt suivant. L'évolution de l'EDP est arrêtée dès que la distance $< u_{t=0}, u_t >$ dépasse la valeur 0.1. Grâce à la loi δ adoptée, nous avons l'assurance que l'image est bien stabilisée à cette distance. Et visuellement, les résultats sont satisfaisants à cette distance. Le nombre d'itérations N_i (Δt est fixé à 1) est donc différent d'une cicatrice à l'autre, car le temps global est relié à ce critère de distance.

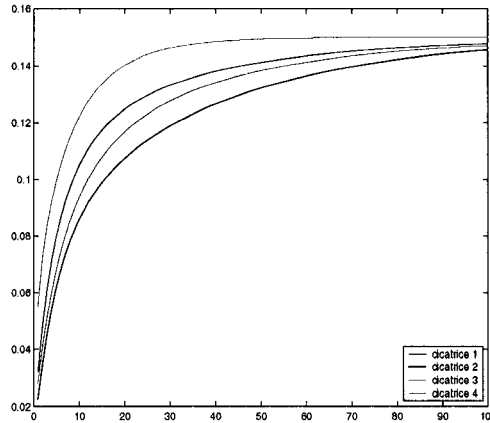


FIG. 3.12 – Évolution des cicatrices jusqu'à 100 UTE, avec attache aux données (3.6). En ordonnée: distance normalisée (2.53). En abscisse: le temps en UTE. ($\alpha = 0.5$, $s = 3/2s_{max}$, $\Delta t = 1$, $\gamma = 10$, $\xi = 0.5$, $\theta_{min} = 60^\circ$)

3.2.2.5 Diffusité α

La diffusité réelle étant $\delta\alpha$, et δ ayant été discuté précédemment, nous pouvons choisir empiriquement α . Dans nos tests nous avons choisi et retenu $\alpha = 0.5$. L'influence de ce paramètre est faible, car si on choisit une valeur plus élevée par exemple, l'évolution va être plus rapide, et la valeur sera automatiquement corrigée par un δ plus faible.

3.2.2.6 Dynamique de choc γ

Le paramètre γ est fixé empiriquement à $\gamma = 10$. Sur la figure 3.13, on peut voir la carte des régions où un choc est appliqué, sur l'image de la cicatrice 1, au moment de la première itération. On peut voir sur cet exemple que notre objectif est relativement bien atteint. Les chocs ne sont créés que sur le contour de la cicatrice, et sur une tache en dessous. Mais jamais sur le fond de l'image.

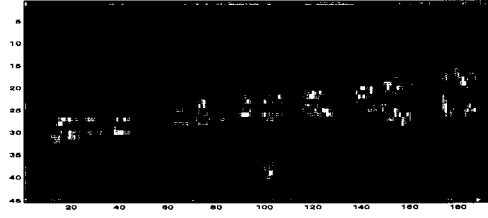


FIG. 3.13 – Régions de l'image de la cicatrice 1 sur lesquelles un choc est appliqué, à la première itération. L'intensité indique la vitesse du choc. ($s = 3/2s_{max}$, $\gamma = 10$)

3.2.2.7 Contrainte à priori θ_{min}

Nous avons constaté que pour θ_{min} variant de 90° à une valeur de 60° , les cicatrices ne subissaient aucun tort visible, alors que les petites taches tendent à disparaître. Nous avons donc choisi comme valeur $\theta_{min} = 60^\circ$. Sur la figure 3.14, nous avons fait la différence entre l'image filtrée avec $\theta_{min} = 60^\circ$, et l'image filtrée avec $\theta_{min} = 45^\circ$. Puis nous avons superposé ces différences sur l'image de départ. Ainsi, les différences apparaissent en superposition, en noir. On peut voir que les différences concernent principalement le contour de la cicatrice, et la tache sous la cicatrice. En particulier l'extrémité gauche de la cicatrice, qui est une région particulièrement fragile face aux traitements numériques. En effet localement, cette région à cause de sa très grande courbure, représente un point selle. L'utilisation de la norme positive de Tschumperlé (voir la section 1.2.2.3 du chapitre 1) et ici de cette contrainte, permet de mieux la préserver.



FIG. 3.14 – Influence de θ_{min} sur la cicatrice 1. En noir, les régions de différences entre l'image filtrée avec $\theta_{min} = 60^\circ$ et $\theta_{min} = 45^\circ$ ($\alpha = 0.5$, $s = 3/2s_{max}$, $\Delta t = 1$, $N_i = 10$, $\gamma = 10$, $\xi = 0.5$)

3.2.2.8 Proportion entre diffusion et choc ξ

Le choix de ce paramètre s'est fait subjectivement. C'est un équilibre entre diffusion et choc. Pour $\xi = 1/3$ (33% de diffusion, et 66% de choc), nous avons remarqué que la peau tendait effectivement à être moins diffusée, ce qui conduit à laisser des taches, ou des régions hétérogènes. De plus, les contours de la cicatrice sont un peu trop réhaussés par le filtre de choc, ce qui conduit à la création de fausses irrégularités sur le contour. Inversement, pour $\xi = 2/3$, la peau est bien homogène, mais la cicatrice n'est pas aussi bien réhaussée en contraste que ce que l'on peut espérer grâce au filtre de choc. Nous avons donc choisi la valeur médiane $\xi = 1/2$, équilibre entre choc et diffusion.

3.2.2.9 Résultats

Les résultats présentés ici sont réalisés avec les valeurs de paramètres du tableau 3.4. Les résultats associés sont donnés sur les figures 3.15 et 3.16. Les temps de calculs et nombres d'itérations nécessaires sont donnés dans le tableau 3.5.

TAB. 3.4 – Valeurs des paramètres du filtrage par EDP

Paramètre	Notation	Valeur
Temps itératif d'évolution	Δt	1 UTE
Condition d'arrêt	N_i	$(\langle u_{t=0}, u_t \rangle) \geq 0.1$
Seuil de cohérence	s	$3/2s_{max}$
Loi d'attache aux données	δ	équation (3.6)
Dynamique de choc	γ	10
Diffusité	α	0.5
Contrainte à priori	θ_{min}	60°
Proportion diffusion/choc	ξ	0.5

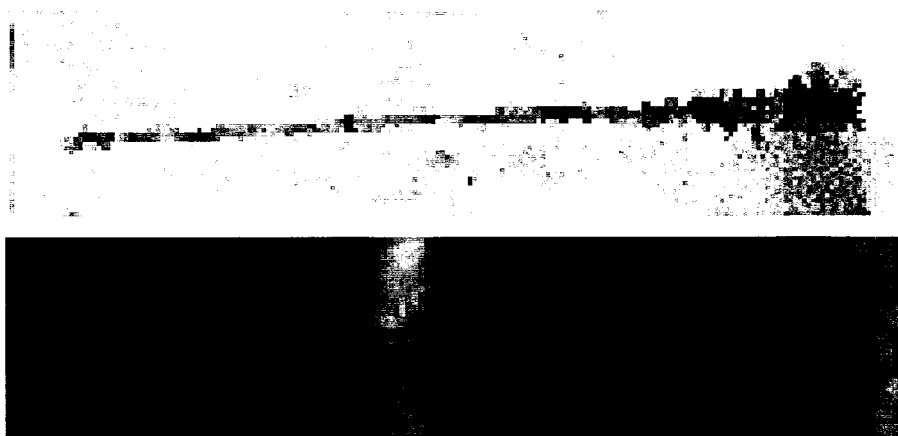


FIG. 3.15 – *Cicatrices 1 et 2 filtrées par filtrage homomorphique et filtrage à base d'EDP (paramètres selon tableaux 3.1 et tableaux 3.4)*

TAB. 3.5 – *Temps de calcul, filtrage EDP*

Cicatrice	Temps (secondes)	Nombre d'itérations N_i
1	25	12
2	125	26
3	134	18
4	17	7



FIG. 3.16 – Cicatrices 3 et 4 filtrées par filtrage homomorphique et filtrage à base d'EDP (paramètres selon tableaux 3.1 et tableaux 3.4)

3.2.2.10 Discussion

Au niveau calculatoire, le temps de calcul par itération, et par pixel est constant, et vaut $2.2 \cdot 10^{-4}$ s/itération/pixel. Sur les images des cicatrices, cela conduit à des temps de calculs variant de 17s à un peu plus de 2 minutes pour les plus grosses images. Ces temps restent acceptables. De plus ils pourraient être réduits par une implémentation en C par exemple.

Au niveau visuel, les résultats sont assez satisfaisants. Les irrégularités de couleurs de la peau, petites taches, et le bruit sont bien éliminés. Sur la figure 3.17(b), un détail de l'image de la cicatrice 2 avant et après filtrage par EDP est présenté pour illustrer ce point. On peut y voir que le fond est bien homogénéisé. De plus, trois taches assez grosses sont aussi assez bien réduites et presque éliminées. Même si elles ne sont pas totalement éliminées, leur influence dans la suite du processus est fortement minimisée. Soulignons que ce gain appréciable est fait sans dégrader le contour de la cicatrice.

On peut aussi apprécier le travail de la partie du filtre liée au filtre de choc, sur les figure 3.17(a) et 3.17(c). Le contour de la cicatrice est bien rehaussé sur

ces exemples. Nous remarquons tout de même qu'un tel niveau de rehaussement ne s'applique qu'aux meilleures régions des cicatrices. C'est à dire celles qui présentent un niveau de cohérence assez élevé. Ceci illustre le compromis à faire pour ne pas appliquer des chocs en dehors de la cicatrice, au risque de créer des faux contours.

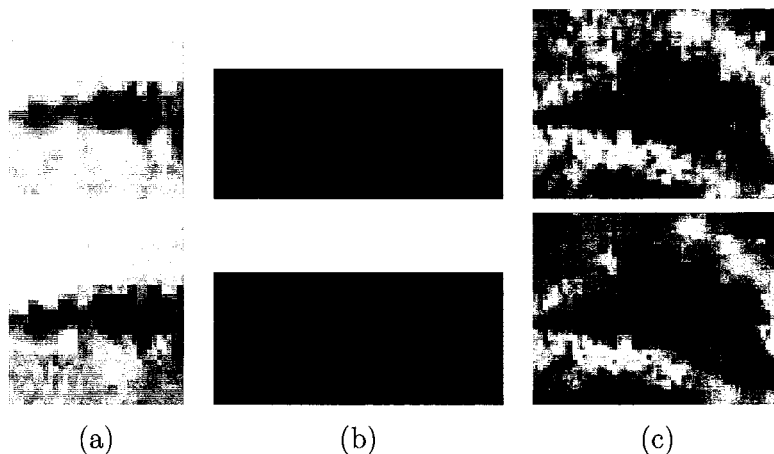


FIG. 3.17 – Détails des cicatrices, avant et après le filtrage par EDP. ((a) cicatrice 1, (b) cicatrice 2, (c) cicatrice 3). En haut, image avant filtrage, en bas, image après filtrage

3.3 Segmentation, détection des contours locaux

3.3.1 Choix des paramètres

Le seul paramètre d'influence pour le détecteur de contour de la méthodologie proposée est celui du rayon σ de l'opérateur compas. Ce rayon est celui du voisinage circulaire qui est considéré en chaque pixel. Ce rayon doit être adapté à la taille d'un contour de cicatrice, c'est à dire la largeur de transition entre la peau et l'intérieur de la cicatrice. Sur une image numérique, cette largeur de transition est caractérisée par la distance de l'objet à la caméra, la résolution de la caméra, sa mise au point, et dans une moindre mesure, la nature de l'objet lié à cette transition. Les trois premiers critères sont fixés par le protocole d'acquisition. Et les quatre images

considérées dans ce chapitre sont toutes issues de la même caméra. Nous pouvons donc fixer ce paramètre σ pour toutes les cicatrices.

En pratique, nous avons en effet observé qu’une valeur d’environ $\sigma = 5$ pixels, convenait bien à toutes les cicatrices. Au dessus, les petites irrégularités étaient trop souvent perdues. En dessous, le détecteur est trop sensible au bruit. Nous sommes aussi limité par la largeur de la cicatrice. Si une valeur de σ trop grande est prise, à tel point que le diamètre (2σ) soit beaucoup plus grand que la largeur de la cicatrice, le détecteur, au centre de la cicatrice est biaisé, car il a deux contours en présence proche du centre du voisinage : les deux côtés latéraux. En pratique, la largeur moyenne d’une cicatrice est d’environ 5 à 15 pixels.

Les temps de calcul sont présentés dans le tableau 3.6. Les images de la carte des forces des contours locaux sont présentées sur les figures 3.18 et 3.19, ainsi que les images de la carte de l’asymétrie locale. Ajoutés à la carte des orientations locales, on obtient les trois indices de mesures locaux qui nous serviront dans la suite du processus. Soulignons que ces images n’ont pas la même échelle en largeur et en hauteur. Elles sont légèrement dilatées en hauteur pour permettre au lecteur d’apprécier les variations selon cette dimension. En effet, les cicatrices sont des objets tellement minces et ici, longs, qu’on ne peut à la fois les représenter en entiers, et distinguer nettement leurs largeur sans en modifier l’échelle.

3.3.2 Résultats

TAB. 3.6 – *Temps de calcul pour l’algorithme de détection de contours, $\sigma = 5$*

Cicatrice	Temps (secondes)
1	2.34
2	7.80
3	14.67
4	4.00

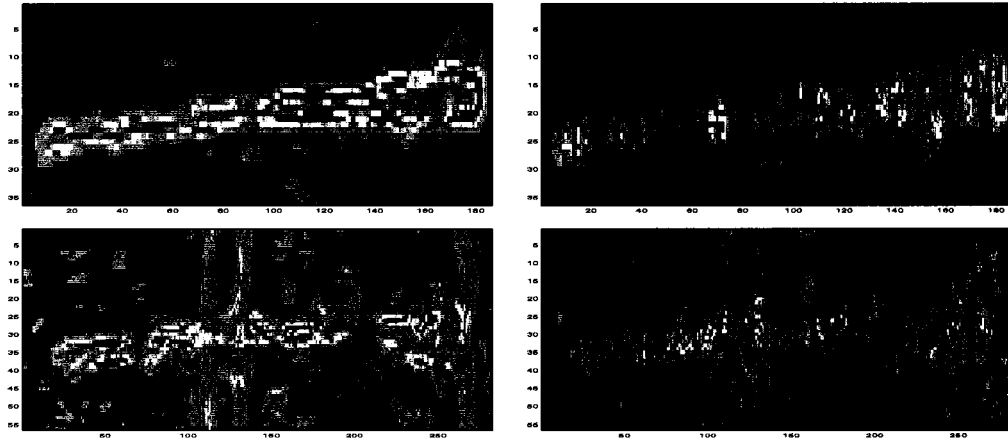


FIG. 3.18 – *Carte de la force des contours locaux (gauche) et de la carte d'asymétrie (droite) par l'opérateur compas, pour la cicatrice 1 (haut) et 2 (bas). ($\sigma = 5$)*

3.3.3 Discussion

Les images des forces des contours locaux sont à comparer avec celles obtenues dans la revue des connaissances avec le détecteur à base de gradient multidimensionnel (figure 1.20). On peut alors observer un très net progrès dans l'efficacité de ce détecteur. Un plus grand nombre de contours sont détectés, parfois à des degrés de subtilités étonnants même pour l'oeil humain. Ruzon démontre^[45] d'ailleurs que l'opérateur compas peut être formalisé comme une généralisation 2D du détecteur de Canny multidimensionnel 1D (figure 1.20). Le détecteur de Canny est *1D* dans le sens où sa fenêtre de convolution peut être vu comme un signal 1D, alors qu'elle est *2D* pour l'opérateur compas.

Sur les images des cartes d'asymétrie, on peut observer que c'est bien un indice qui caractérise surtout les cicatrices. Cette particularité sera exploitée dans le post-traitement. Les temps de calculs restent raisonnables aussi, et sont en moyenne de $4 \cdot 10^{-4} s/pixel$.

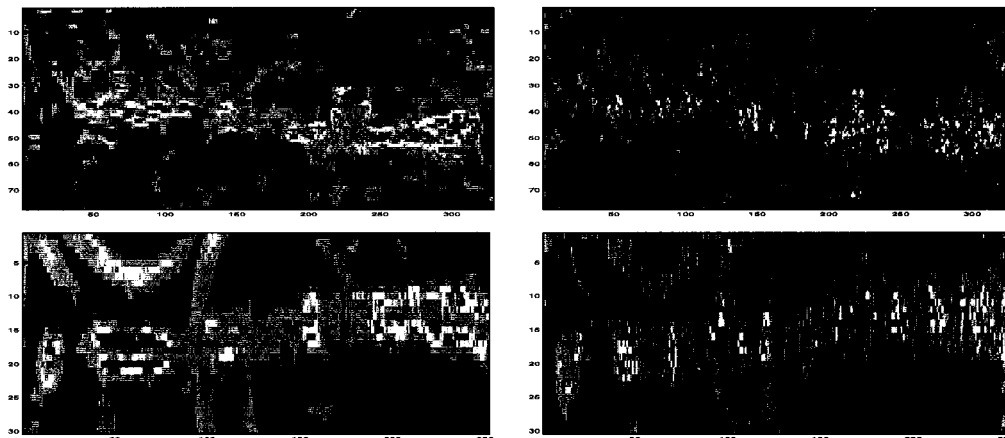


FIG. 3.19 – Carte de la force des contours locaux (gauche) et de la carte d'asymétrie (droite) par l'opérateur compas, pour la cicatrice 3 (haut) et 4 (bas). ($\sigma = 5$)

3.4 Post-traitement

Cette section présente les résultats associés au post-traitement proposé dans la méthodologie à la section 2.4 du chapitre 2. Ce post-traitement est décomposé en trois étapes. La première, qui est une segmentation de la carte des contours, est basée sur un algorithme de classification de type K-moyenne. La deuxième étape est un algorithme à base d'histogrammes itératifs, qui éliminent les dernières taches à partir de la carte segmentée obtenue à la première étape. La dernière étape est une régression par splines lissées, représentant le contour de la cicatrice.

3.4.1 Segmentation de la carte des contours

Aucun paramètre n'est à fixer dans cette étape. L'algorithme K-moyenne est non supervisé. Rappelons néanmoins que cet algorithme requiert de connaître le nombre exact de classes à segmenter. Dans notre situation, il y a trois classes: la peau homogène, les taches, et la cicatrice. À la fin de l'algorithme, seule la classe cicatrice est retenue. L'objectif de cet algorithme est de dire si tel ou tel pixel doit être considéré comme faisant parti des contours de la cicatrice ou non. Ceci permet

donc de l'isoler du fond (la peau), et dans la mesure du possible de quelques taches. Cet algorithme utilise les trois cartes de données issues de l'algorithme de détections de contours locaux : la carte des forces des contours, la carte des orientations des contours, et la carte d'asymétrie. C'est un algorithme itératif. Trois centres de classes dans l'espace des données à trois dimensions sont calculés itérativement de manière à minimiser un critère de distance moyenne. Ceci conduit à former des classes hyper-sphériques dans cet espace.

Les résultats sont visibles sur la figure 3.20. Pour une meilleure visualisation, nous avons superposé les périmètres des régions retenues par l'algorithme avec les images en couleurs. La classe cicatrice obtenue, est l'ensemble des pixels à l'intérieur de ces périmètres.

3.4.1.1 Résultats

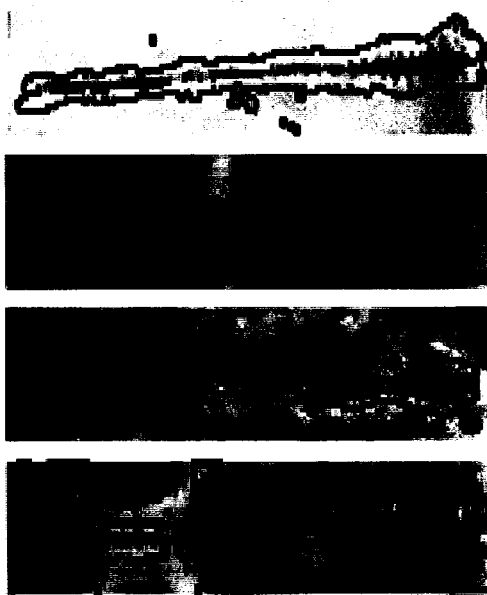


FIG. 3.20 – *Superposition des périmètres de zones retenues par l'algorithme de segmentation de la carte des contours*

TAB. 3.7 – *Temps de calcul pour l'algorithme de segmentation de la carte des contours*

Cicatrice	Temps (secondes)	Nombre d'itérations nécessaires
1	6.84	10
2	19.16	12
3	43.8	17
4	11.52	15

3.4.1.2 Discussion

Sur ces résultats, plusieurs remarques peuvent être faites. Premièrement qu'il est rare que certaines de parties des cicatrices soient perdues. C'est le cas sur la cicatrice 2 par exemple, qui est séparée en trois principaux morceaux. Si on regarde la carte des forces des contours locaux (figure 3.18), on peut voir que ces trous étaient déjà présents, et il aurait été illusoire d'espérer les combler. Toute la difficulté vient du fait que les cicatrices présentent certes, des forces de contours supérieures au fond de la peau, mais néanmoins d'une même intensité que la plus part des taches, en de nombreux endroits. Si nous avions voulu seuiller l'image des forces des contours, il serait très difficile de trouver un seuil optimal séparant la cicatrice du reste de l'image.

De plus, si l'on regarde la figure 3.18, on peut voir que cette image présentait deux marques de bronzage transversales. Ils en résultaient trois contours parallèles, eux-mêmes perpendiculaires à la cicatrice. Et nous pouvons observer ici que l'algorithme présenté dans cette section élimine parfaitement ces trois contours, dont l'intensité aussi forte que la cicatrice, aurait posé un gros problème par la suite s'ils n'avaient pas été éliminés.

Avant d'adopter cette technique. Nous en avons testé une autre qui consistait à faire d'abord un seuillage par hystérésis dont les seuils étaient fixés par une étude de l'histogramme des forces de contours. Puis, en utilisant la carte des orientations

des contours, d'éliminer tous les pixels présentant une direction proche de la perpendiculaire. Cette technique éliminait aussi assez bien les marques de bronzage de la cicatrice 2. Mais elle éliminait aussi de nombreux pixels de la cicatrice elle-même. Ici, l'algorithme K-moyennes exploite aussi la carte d'asymétrie, qui comme on l'a vu dans la section précédente caractérise assez bien les pixels des cicatrices. Cette combinaison d'indices (force, orientations, et asymétrie) lui permet de donner des meilleurs résultats.

3.4.2 Algorithme à base d'histogrammes itératifs

L'algorithme d'étude itérative des histogrammes par tranche a pour objectif d'éliminer les dernières taches, pour ne conserver finalement que des pixels qui seront considérés comme représentatifs des contours de la cicatrice. Ces pixels seront par la suite séparés en deux groupes représentant chacun un côté de la cicatrice, grâce à une spline de séparation. Cette spline est calculée grâce à des données recueillies par cet algorithme.

3.4.2.1 Choix des paramètres

Trois paramètres régissent le fonctionnement de cet algorithme présenté au tableau 2.7. Le paramètre τ_x est le seuil de largeur en pixels entre les deux bords latéraux de la cicatrice. Le paramètre τ_m est un critère de hauteur relative entre maximaux. Il illustre le rapport entre la hauteur d'un maximum local, et le maximum global de l'histogramme étudié. Une illustration de ce paramètre est donnée sur la figure 2.13 dans le chapitre précédent. Et enfin, le paramètre N_i est le nombre d'itérations. Ces trois paramètres ont été fixés de manière empirique.

La largeur classique d'une cicatrice a fixé la valeur de τ_x , à savoir 10 pixels. Rappelons que ce critère permet de décider si un deuxième maximum suffisamment élevé (critère τ_m) doit être considéré comme le second bord de la cicatrice. Connaissant la position moyenne de la cicatrice grâce au premier histogramme

(une seule tranche), il permet aussi de décider si le premier maximum doit être considéré comme un des bords de la cicatrice, ou comme une grosse tache. Dans cette situation, on utilise le critère $2\tau_x$.

La hauteur relative a été fixée à $\tau_m = 0.7$. Concrètement, cela veut dire que si le deuxième maximum de l'histogramme a une hauteur supérieure à 70% de la hauteur du premier bord de la cicatrice, et qu'il n'est pas éloigné de plus que τ_x pixels de celui ci, alors il est considéré comme étant le deuxième bord (étape 2 de l'algorithme 2.7). De même, on utilise le critère $1 - \tau_m = 0.3$, pour déterminer si un maximum secondaire local (étape 3 de l'algorithme 2.7) doit être considéré comme une tache à éliminer.

Le nombre d'itérations est fixé de façon automatique, de manière à ce qu'à la dernière itération, les populations de pixels concernées à chaque histogramme soit d'environ 2000 pixels. Ainsi, on s'assure d'avoir toujours des populations de pixels suffisamment élevées, qui concernent une longueur de cicatrice à peu près constante, pour la dernière itération, entre toutes les cicatrices. Pour ce faire, on prend la valeur entière inférieure à $L/(2000/h)$, où L est la longueur de l'image, et h , sa largeur.

Rappelons aussi qu'à la dernière itération de cet algorithme, les positions des régions 3 (voir schéma de la figure 2.12 dans le précédent chapitre) sont enregistrées. Ces positions seront très utiles pour séparer les deux côtés de la cicatrice.

3.4.2.2 Résultats

Les résultats sont visibles sur la figure 3.21. Sur ces images, on peut voir en blanc les pixels retenus par l'algorithme. En superposition sont aussi notées les régions 3 enregistrées par l'algorithme lors de la dernière itération. La spline de régression calculée à l'étape suivante est aussi représentée.

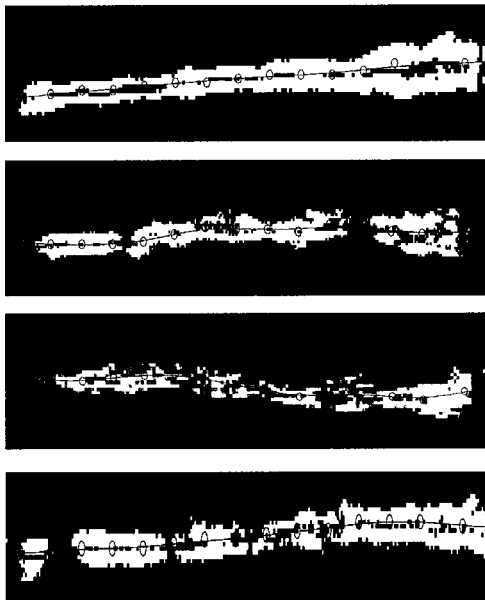


FIG. 3.21 – Images des pixels retenus par l'algorithme d'étude itérative des histogrammes ($\tau_x = 15$, $\tau_m = 0.7$). Les points sont les régions 3 enregistrées. La courbe est la spline de régression calculée dans l'étape de séparation des côtés de la cicatrice

3.4.2.3 Discussion

Les résultats de la figure 3.21 sont à comparer avec ceux de l'étape précédente de la figure 3.20. Les différences entre ces deux types d'images sont les taches rejetées par l'algorithme d'étude des histogrammes. On peut voir que cet algorithme est assez efficace. Sur les cicatrices 1, 2 et 4, l'objectif est très bien atteint. La quasi-totalité des taches sur ces images a été éliminée sans jamais dégrader ou perdre des pixels liés aux cicatrices. Le résultat de la cicatrice 3 n'est pas parfait. Cette cicatrice présentait encore de nombreuses petites taches, proches de la cicatrice, en particulier sur le côté supérieur de l'image, même après l'algorithme de segmentation de la carte des contours. On peut voir qu'une partie de ces taches, les plus proches de la cicatrice, n'ont pas été éliminées. Ces taches, tant du point de vue de leur contraste, que de leur couleur et de leur proximité avec la cicatrice, posent

TAB. 3.8 – *Temps de calcul, étude itérative des histogrammes*

Cicatrice	Temps (secondes)	Nombre d'itérations N_i
1	0.83	5
2	1.51	10
3	2.58	15
4	0.94	7

un problème très difficile à résoudre pour qui veut les éliminer.

3.4.3 Régression par splines lissées

Cette étape est la dernière de toute la méthodologie. Premièrement, la carte des pixels précédente est séparée en deux nuages de pixels, chacun associé à un des deux bords latéraux de la cicatrice. Cette séparation est faite grâce à une spline de régression des coordonnées des régions 3 enregistrées dans l'algorithme d'étude itérative des histogrammes. Ensuite, ces nuages subissent une rotation par interpolation bilinéaire, de manière à ce que la cicatrice se présente sous une direction globalement horizontale. Ceci précède un amincissement des nuages, et a pour but de minimiser les erreurs de projections lors de celui ci. L'amincissement prépare les données pour la double régression par splines lissées. Aucun paramètre n'est à fixer dans cette étape. Les splines de régression ont en effet leurs coefficients de lissage λ calculés par validation généralisées croisées (GCV).

Les résultats sont visibles sur les figures 3.22 et 3.23. Sur ces images, les contours modélisés par les deux splines de régressions sont superposés à l'image originale pré-traitée. Les coins noirs sont dus à la rotation des images pré-amincissement. L'échelle des images est ici aussi légèrement différente selon la hauteur et la longueur. Ceci est pour permettre au lecteur de mieux distinguer les variations subtiles le long de la cicatrice. À échelles égales, les contours donneraient presque l'impression se chevaucher, à cause de la très faible largeur des cicatrice par rapport à leur

longueur.

3.4.3.1 Résultats

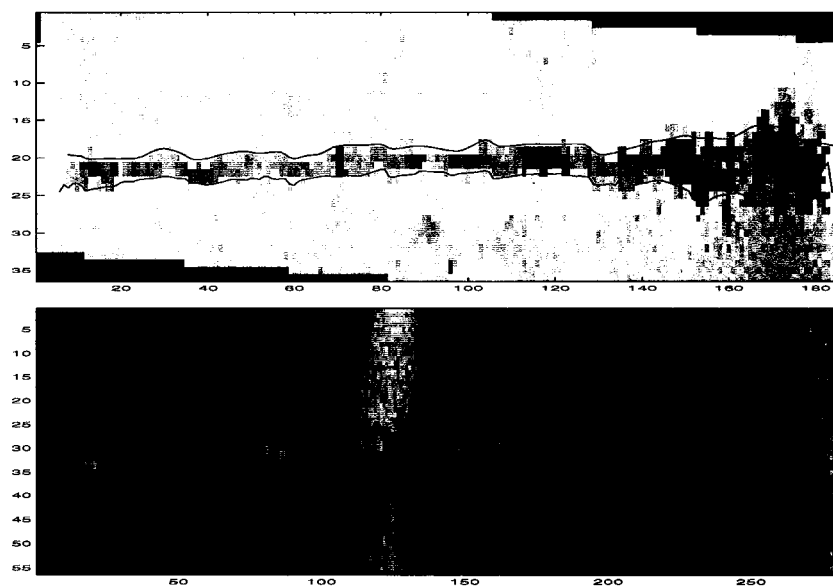


FIG. 3.22 – Images segmentées finales des cicatrices 1 et 2. Les contours bleus sont les deux splines de regression. Les coins noirs sont dus à la rotation de l'image

TAB. 3.9 – Temps de calcul, régression splines

Cicatrice	Temps (secondes)	Valeurs des λ
		côté haut / côté bas
1	2.33	$2.1 \cdot 10^{-3} / 6.61 \cdot 10^{-5}$
2	4.93	$6.6 \cdot 10^{-5} / 3.6 \cdot 10^{-4}$
3	9.60	$7.66 \cdot 10^{-4} / 6.61 \cdot 10^{-5}$
4	4.11	$1.4 \cdot 10^{-3} / 2.4 \cdot 10^{-3}$

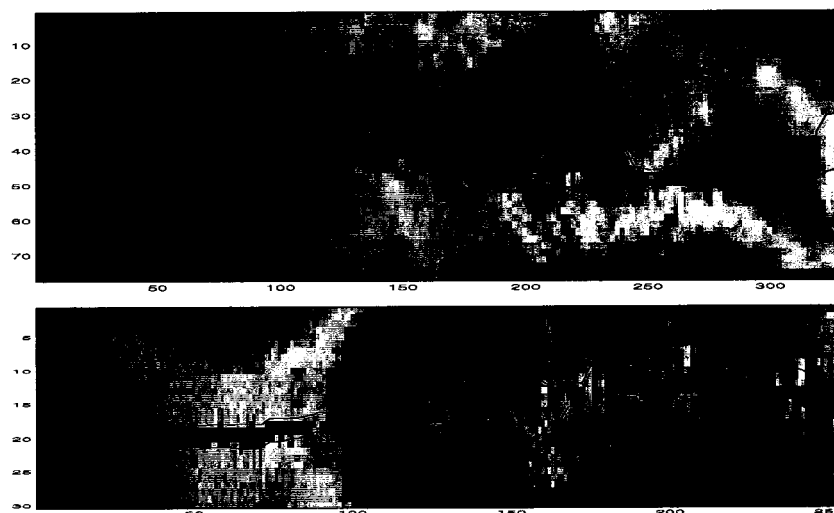


FIG. 3.23 – Images segmentées finales des cicatrices 3 et 4. Les contours bleus sont les deux splines de regression. Les coins noirs sont dus à la rotation de l'image

3.5 Discussion

Pour valider cette dernière étape, et le reste de la méthodologie nous avons comparé les contours extraits, avec des contours tracés par un opérateur humain. Toutefois, pour faciliter le travail et la précision de ce dernier, le tracé a été fait sur les images prétraitées. Cette validation concerne donc surtout l'étape de segmentation des contours locaux, et du post-traitement. Les superpositions des contours modélisés par les splines, et de ceux de l'opérateur sont visibles sur la figure 3.24. Nous avons ensuite mesuré l'écart entre les splines et les contours tracés par l'opérateur. Ces écarts sont visibles sur les figure 3.26 et 3.27. Nous avons calculé aussi les moyennes de ces écarts sur chaque côté de cicatrice, ainsi que l'indice de confiance à 95%. C'est à dire la zone d'écart dans laquelle 95% de la cicatrice se situe. Ces résultats sont visibles sur la figure 3.25.

On peut voir sur ces résultats que les cicatrices 1,2 et 4 donnent des résultats à peu près équivalents. La cicatrice 3 par contre a été moins bien segmentée. Ceci est dû au fait que plusieurs taches, très proches de la cicatrice n'ont pas pu être

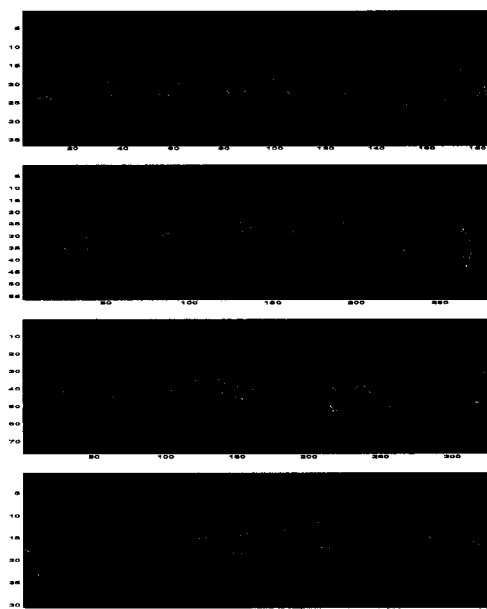


FIG. 3.24 – *Superposition des contours modélisés par les splines lissées issus de la méthodologie (en blanc), et des contours tracés par l'opérateur humain (en noir), pour les cicatrice 1 (en haut) à 4 (en bas)*

éliminées. Ces taches sont prises en compte dans le contour, et le font dévier assez fortement de sa position réelle. L'écart maximal est de 7 pixels, soit 11.9 mm. En effet, les écarts sont donnés en pixels et la résolution latérale du numériseur est de 1.7 mm. Pour la cicatrice 3, l'écart moyen est de 1.79 ± 0.46 mm. Les autres cicatrices (1, 2 et 4) sont segmentées de façon satisfaisante. L'écart moyen pour ces cicatrices est de 0.30 ± 0.34 mm. Ces résultats sont à considérer en aval du numériseur, qui a une résolution de 1.8 mm ! Les écarts maximaux pour ces cicatrices se situent entre 3.4 et 6.8 mm.

Du point de vue de l'écart moyen avec intervalle de confiance, ces résultats sont donc globalement satisfaisants. Surtout si l'on tient compte de la faible résolution du numériseur, et de la qualité des images originales. De plus, rappelons que la largeur de la cicatrice sur ces images varient entre 5 et 15 pixels, et est plus souvent proche de 5 que de 15. Du point de vue clinique par contre, nous pouvons voir que

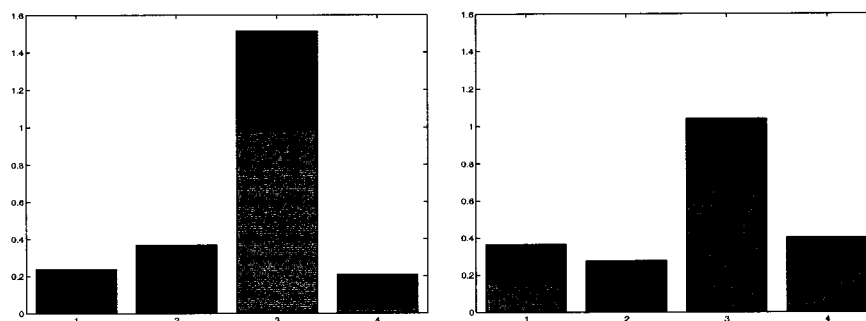


FIG. 3.25 – À gauche (resp. à droite), moyenne des écarts avec intervalle de confiance 95% pour les côté haut (resp. bas) des quatre cicatrices. En abscisses, les numéros des cicatrices. En ordonnées, les moyennes des écarts en pixels. En gris foncé, la zone de confiance à 95%

des écarts maximaux assez importants peuvent survenir sur les cicatrices. Cela est gênant car la variation de la largeur est précisément un des indices cliniques envisagés.

Soulignons qu'il faut modérer ces résultats par le fait que le tracé par l'opérateur est lui aussi entâché d'imprécisions. La tâche de l'opérateur est difficile. Tracer le contour au pixel près, sur des cicatrices de 5 à 15 pixels de largeur est difficile. Lorsque la qualité de l'image ou de la cicatrice était telle qu'il était trop aléatoire pour l'opérateur de déterminer le contour, ces régions n'ont pas été prises en compte dans les mesures des écarts.

Néanmoins, ces résultats donnent une idée de la performance de la méthodologie. Et elle montre sa faisabilité, même si l'exigence de précision clinique n'est pas encore totalement satisfaite pour un nombre suffisant de cicatrices. Il y a lieu de se réjouir du résultat de la méthodologie sur les cicatrice 2 et 4 par exemple, qui présentaient de grandes difficultés à priori. Nous pensons qu'une meilleure résolution des caméras, et une meilleur mise en condition des acquisitions (au niveau de l'illumination) permettrait d'obtenir des résultats encore plus satisfaisants. Le seul problème important qui subsiste est le cas d'une cicatrice où il y a présence

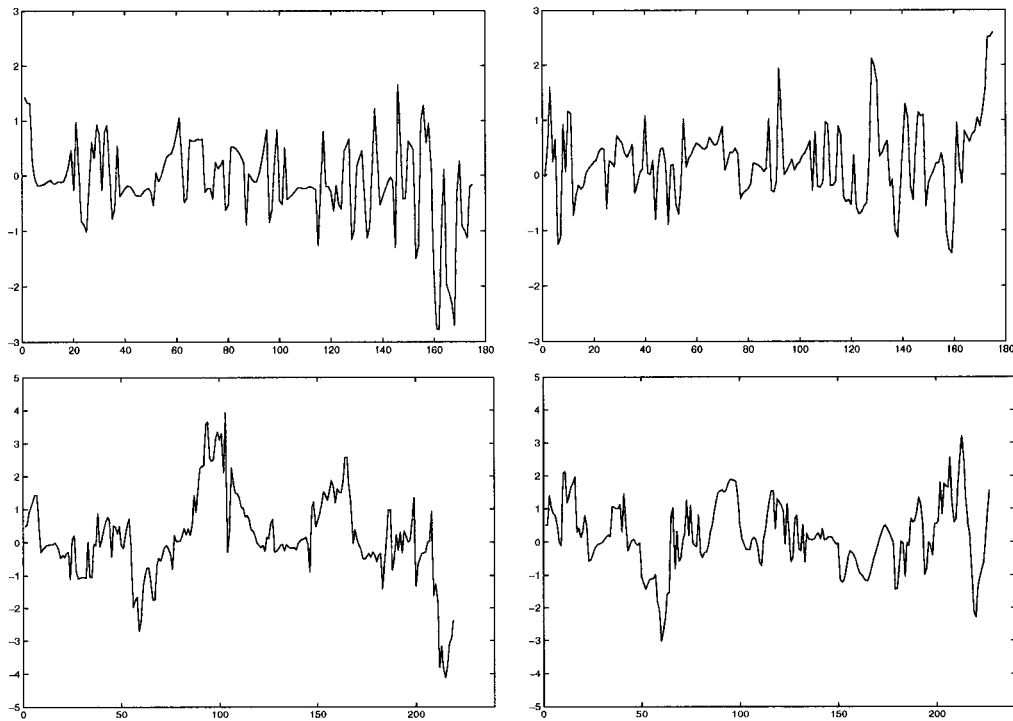


FIG. 3.26 – *Graphiques des écarts en pixels entre les contours modélisés par les splines, et les contours de l'opérateur. De haut en bas, les cicatrices 1 et 2. À gauche, le côté haut des cicatrices, et à droite, le côté bas des cicatrices (par rapport aux images originales). En ordonnée, l'écart en pixels. En abscisse, la position en pixel le long de la cicatrice*

de taches importantes et nombreuses, très proches de la cicatrice. Ce cas illustré, par la cicatrice 3, est le point faible de la méthodologie. Les autres régions qui aboutissent à des écarts importants, sont des régions où la cicatrice est très faiblement définie, et où l'opérateur humain lui même a du mal à distinguer le contour sans utiliser son intuition.

Nous n'avons pas pu tester avec de nombreuses cicatrices la méthodologie avec les nouvelles caméras (résolution 1.3 mm). Néanmoins, les premières observations tendent à indiquer une nette amélioration. Cette amélioration est visible dès la capture des images originales. En fait, dès que la cicatrice devient visible même

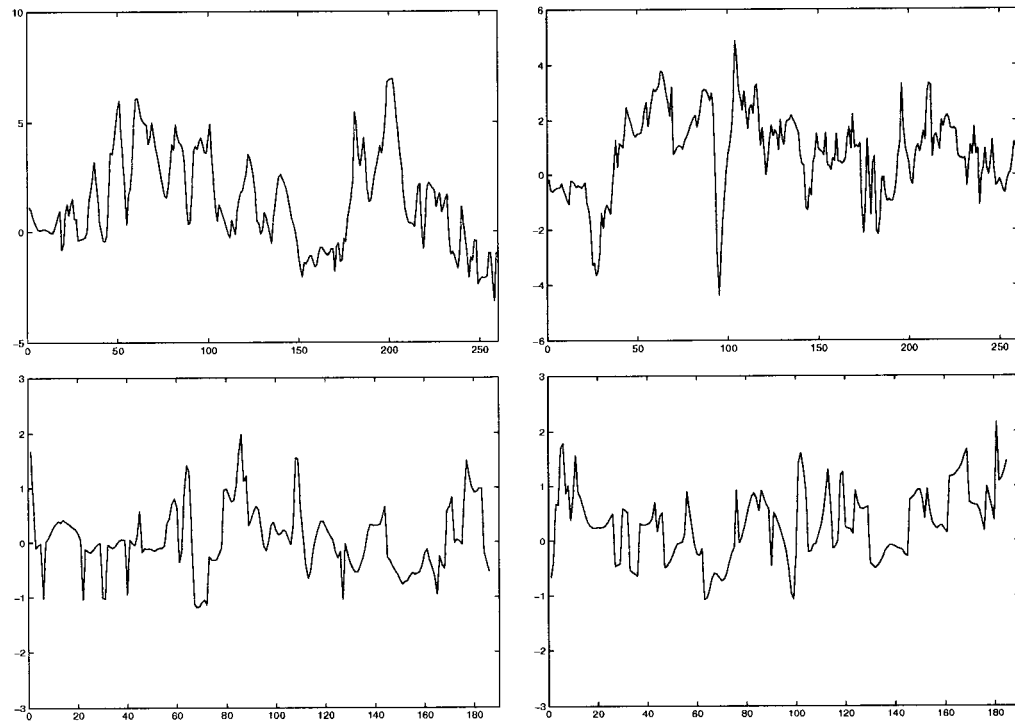


FIG. 3.27 – *Graphiques des écarts en pixels entre les contours modélisés par les splines, et les contours de l'opérateur. De haut en bas, les cicatrices 3 et 4. A gauche, le côté haut des cicatrices, et à droite, le côté bas des cicatrices (par rapport aux images originales). En ordonnée, l'écart en pixels. En abscisse, la position en pixel le long de la cicatrice*

pour l'homme, la méthodologie a de bonnes chances d'extraire convenablement la cicatrice, avec la précision évoquée plus haut, commune ici aux cicatrices 1, 2 et 4. Une meilleure résolution améliorerait aussi le problème des taches proches des cicatrices, car elle permettrait de mieux les isoler du contour. Le problème avec la cicatrice 3 est que les taches sont parfois tellement proches qu'il est difficile même pour l'oeil de bien les dissocier du contour.

Une des améliorations possibles de la méthodologie reposerait certainement sur cet aspect, lié aux taches. Une piste qui n'a pas été explorée à cause de la trop grande variabilité des couleurs, liée aux conditions d'illumination lors des

acquisitions. Cette piste est l'élimination des taches sur des critères chromatiques et structurels. Les taches sont petites, rondes, et généralement dans un registre de couleur qui va du noir au brun. Les cicatrices elles, sont dans un registre de couleurs à dominante de rouge, rose et violet. Une segmentation cicatrice/taches en utilisant les différences de couleurs, tailles, et formes de ces deux types d'objets nous semblent être un moyen judicieux pour aborder le problème des taches. Dans notre méthodologie, cette étape correspond principalement à l'étude itérative des histogrammes. Nous avons choisi d'y exploiter des caractéristiques telles que la largeur des cicatrices, la surface des taches, leur répartition et leur fréquence sur la peau. Face à la diversité structurelle et surtout chromatique des taches, nous avons choisi de privilégier une approche qui consiste à trouver la cicatrice, pour éliminer le reste, plutôt que de trouver directement les taches. Comme nous avons pu le voir, cette stratégie fonctionne assez bien pour des taches pas trop proches de la cicatrice.

TAB. 3.10 – *Temps de calcul, ensemble de la méthodologie*

Cicatrice	Temps (secondes)
1	37.6
2	159.1
3	205.6
4	37.9

Les temps de calculs globaux sont présentés dans le tableau 3.10. On peut voir qu'ils varient de 37.6 *secondes* à presque 3 *minutes*. L'étape la plus coûteuse est de loin le filtrage par EDP qui représente environ 2/3 du temps de calculs, suivi de la segmentation des cartes de contours (environ 1/3). Ces deux étapes pourraient être fortement accélérées par une implémentation en C. Comme ces temps restent malgré tout raisonnables, et que la rapidité n'était pas une contrainte ou un de nos objectifs, nous nous sommes satisfaits de ces durées. Seule l'étape de détection des

contours locaux a bénéficié d'une implémentation en C, car cette étape faite sous Matlab voyait sa durée atteindre des temps peu raisonnables pour mener à bien des tests (plusieurs heures).

CONCLUSION

Dans ce mémoire, notre étude a porté sur la conception d'une méthodologie automatique visant à extraire à partir d'images texturales couleurs, le contour d'un objet médical subtil: une cicatrice. Ces images sont acquises dans le cadre des reconstructions 3D INSPECK des troncs des patients ayant subi une intervention chirurgicale de correction de la scoliose. Les cicatrices résultantes sont des objets fins et très longs, à priori difficiles à détecter précisément. À la lumière de ces problématiques, nous avons proposé une méthode visant à résoudre ce problème nouveau dans le domaine du traitement d'images.

Cette méthode est basée sur des concepts théoriques récents du domaine du traitement d'images couleurs. Un des objectifs de cette étude, tout comme pour le domaine du traitement d'images couleurs, a été d'exploiter au mieux les informations qui existent au niveau chromatique. Ainsi, le filtre à base d'EDP proposé dans le prétraitement des images est une contribution importante dans cette étude. Ce filtre complet est capable de rehausser une image et d'éliminer le bruit, de façon très efficace et sélective. La combinaison originale d'un filtre de diffusion anisotropique et d'un filtre de choc a prouvé son efficacité. Ces deux éléments exploitent judicieusement la cohérence locale couleur, et par conséquent les informations couleurs communes. Ils vont ainsi plus loin que la plupart des schémas qui consistent à appliquer le même traitement aux trois canaux d'une image. Les nombreux paramètres de ce filtre ne doivent pas être vus comme une faiblesse, ou comme le reflet d'une non robustesse. Nous avons observé qu'ils sont au contraire une force pour adapter le filtre à une application ou un type d'images, quelque'il soit.

L'opérateur compas, au coeur du détecteur de contours de Ruzon et Tomasi, est lui aussi un exemple d'utilisation très récente d'avancées en matière de traitement d'images couleurs. L'utilisation de distributions de couleurs va plus loin que la très grande majorité des approches envisagées auparavant. Intégré au sein de

notre méthodologie, non pas comme détecteur de contours globaux, mais comme détecteur de contours locaux, il a prouvé sa supériorité face à des approches de type *gradient multidimensionnel*, qui sont pourtant des approches plus sophistiquées que la majorité.

Le détecteur de Ruzon et Tomasi au complet ne permettait pas d'envisager avec succès le problème des cicatrices. C'est pourquoi nous avons dû limiter son utilisation aux contours locaux, et proposer un post-traitement des données. Celui-ci est adapté au problème des cicatrices comme l'illustre l'algorithme d'étude itérative des histogrammes locaux. Il se termine par une modélisation des contours par splines lissées. Cette modélisation du contour, sous forme mathématique, permet d'offrir un contour final apte à servir de support aux mesures cliniques. L'écart moyen avec un contour tracé par un opérateur humain, que nous avons mesuré sur les photos de cicatrices prises avec des caméras INSPECK à résolution 1.8 mm, est de 0.67 ± 0.24 mm à 95%. Cette ordre de grandeur est très encourageant, et démontre la faisabilité du projet même avec ces caméras. Nous sommes convaincus que l'efficacité de la méthodologie pourrait être fortement accrue par l'arrivée de caméras nouvelle génération, ayant une meilleure résolution.

Soulignons que pour un système d'acquisition à résolution fixée, l'ensemble de la méthodologie est autonome. Tous les paramètres sont soit fixés par rapport à la résolution des caméras (et les caractéristiques classiques d'une cicatrice comme sa largeur), soit fixés de manière automatique à chaque image. C'était une contrainte forte, mais nécessaire dans le cadre de l'objectif visé à long terme, qui est une utilisation médicale par du personnel hospitalier. De plus, elle ne nous a jamais amené à faire des concessions fortes vis à vis de la qualité des résultats.

La méthodologie proposée dans ce projet serait facilement adaptable et adaptée à d'autres domaines connexes, comme l'étude automatique des lignes de la main (domaine sécurité et militaire), des rides, des failles sismiques, ou tout autres domaines dont les objets sont longilignes et présentent des difficultés très fortes de

contraste et de résolution.

RÉFÉRENCES

- [1] Inspeck. <http://www.inspeck.com/products/3ddf/spec/>.
- [2] D.H. Chung, G. Sapiro, "Segmenting skin lesions with partial-differential-equations-based image processing algorithms," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 19, pp. 763–767, July 2000.
- [3] I. Pollak, A. Willsky, H. Krim, "Image segmentation and edge enhancement with stabilized inverse diffusion equations," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 9, pp. 256–266, Feb 2000.
- [4] M.G. Fleming, C. Steger, J. Zhang, J. Gao, A. Cognetta, I. Pollak, C. Dyer, "Techniques for a structural analysis of dermatoscopic imagery," *Computerized Medical Imaging and Graphics*, vol. 22, pp. 375–389, 1998.
- [5] V. Pazos, F. Cheriet, H. Labelle, J. Dansereau, "3D reconstruction and analysis of the whole trunk surface for non-invasive follow-up of scoliotic deformities," *Research into spinal deformities*, IOS Press, vol. 4, 2002.
- [6] J.S. Duncan, N. Ayache, "Medical image analysis: progress over two decades and the challenges ahead," *IEEE Trans. Pattern. Anal. Machine Intell.*, vol. 22, pp. 85–106, 2000.
- [7] B. F. Jones, P. Plassmann, "An instrument to measure the dimensions of skin wounds," *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, vol. 42, pp. 464–470, May 1995.
- [8] G.E. Cook, R. J. Barnett, K. Andersen et al., "Automated visual inspection and interpretation system for weld quality evaluation," *IEEE*, pp. 1809–1816, 1995.
- [9] Z. Lui, Q. Wang, "Edge detection and automatic threshold based on wavelet transform in the VPPAW Keyhole Image Processing," *IEEE*, pp. 1048–1053, 2000.

- [10] Philippe Schmidt, "Segmentation of digitized dermatoscopic images by two-dimensional color clustering," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 18, pp. 164–171, Feb 1999.
- [11] V. Caselles, G. Sapiro, "Histogram modification via differential equations," *J. Differential Equation*, vol. 135, pp. 238–268, 1997.
- [12] V. Caselles, J.-L. Lisani, J.-M. Morel, G. Sapiro, "Shape preserving local histogram modification," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 8, pp. 220–230, Feb 1999.
- [13] R. C. Gonzales, R. E. Woods, *Digital image processing, second edition*. Prentice Hall, 2002.
- [14] L. Di Stefano, A. Bulgarelli, "A simple and efficient connected components labeling algorithm," *IEEE Proceedings. Int Conf. on Image Analysis and Processing*, pp. 322–327, 1999.
- [15] P. Perona, J. Malik, "Scale space and edge detection using anisotropic diffusion," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. 12, pp. 629–639, 1990.
- [16] F. Catté, P.-L. Lions, J.-M. Morel, T. Coll, "Image Selective Smoothing and Edge Detection by Nonlinear Diffusion," *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 22, pp. 182–193, 1992.
- [17] J. Weickert, B. M. H. Romeny, M. A. Viergever, "Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 7, pp. 398–410, Mar. 1998.
- [18] M. Kass, A. Witkin, D. Terzopolous, "Snakes: Active contour models," *Int. J. Comput. Vision*, vol. 1, pp. 321–331, 1988.
- [19] V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro, "Geodesic active contours," *Int. J. Comput. Vision*, vol. 22, pp. 61–79, 1997.
- [20] G. Sapiro, "Color snakes," *Comput. Vision Image Understanding*, vol. 68, pp. 247–253, 1997.

- [21] G. Sapiro, *Geometric partial differential equations and image analysis*. Cambridge University Press, 2001.
- [22] T.F. Chan, L.A. Vese, "Active contours without edges," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 10, pp. 266–277, Feb 2001.
- [23] G.A. Hance, S.E. Umbaugh, R.H. Moss, W.V. Stoecker, "Unsupervised color image segmentation algorithms with application to skin tumor borders," *IEEE Eng. Med. Biol.*, vol. 15, pp. 104–111, Jan./Feb. 1996.
- [24] J. Weickert, "Nonlinear scale-spaces: from the continuous to the discrete setting," *Proc. ICAOS: Images, Wavelets, and PDEs, Paris*, pp. 111–118, 1996.
- [25] I. Pollak, H. Krim, A. Willsky, "Stabilized inverse diffusion equations and segmentation of vector-valued images," *IEEE Proc.*, 1998.
- [26] F. Nachbar, W. Stolz, T. Merkle, A. Cognetta et al., "The ABCD rule of dermatoscopy," *J. Am. Dermatology*, vol. 30, pp. 551–559, 1994.
- [27] M. Binder, M. Scharwz, K. Winkler et al., "Epiluminescence microscopy. A useful tool for the diagnosis of pigmented skin lesions for formally trained dermatologists," *Arch. Dermatology*, vol. 131, pp. 286–291, Mar. 1995.
- [28] D.A. Perednia, J.A. Gaines, T.W. Butruille, "Comparison of the clinical informativeness of photographs and digital imaging media with multiple-choice receiver operating characteristic analysis," *Arch. Dermatology*, vol. 131, pp. 292–297, Mar. 1995.
- [29] H.-M. Lin, A. N. Willson, "Median filters with adaptive length," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. 35, pp. 675–690, June 1988.
- [30] M. Nitzberg, T. Shiota, "Nonlinear image filtering with edge and corner enhancement," *IEEE Trans. Pattern. Anal. Machine Intell.*, vol. 14, pp. 826–833, 1992.
- [31] J. Weickert, "Multiscale texture enhancement," *Comp. analysis of images and patterns, lecture notes in comp. science, springer*, vol. 970, pp. 230–237, 1995.

- [32] J. Weickert, "Coherence-enhancing diffusion filtering," *Int. J. of Comp. Vision*, vol. 31, pp. 111–127, 1999.
- [33] H. Scharr, J. Weickert, "A scheme for coherence-enhancing diffusion filtering with optimized rotation invariance," *Computer Science Series, Dept. of Mathematics and Computer Science, University of Mannheim*, Feb 2000.
- [34] J. Weickert, B. M. H. Romeny, M. A. Viergever, "Conservative image transformations with restoration and scale-space properties," *IEEE Int. Conf. on Image Processing*, vol. 1, pp. 465–468, 1996.
- [35] K. Z. Abd-Elmoniem, A. M. Youssef, Y. M. Kadah, "Real-time speckle reduction and coherence enhancement in ultrasound imaging via nonlinear anisotropic diffusion," *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, vol. 49, pp. 997–1014, Sept. 2002.
- [36] J. Weickert, "Coherence-enhancing diffusion of colour images," *Proc. VII National Symposium on Pattern Recognition and Image Anal.*, vol. 1, pp. 239–244, April 1997.
- [37] S. Di Zenzo, "A note on the gradient of a multi-image," *Comp. Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 33, pp. 116–125, 1986.
- [38] D. Tschumperle, R. Deriche, "Restauration d'images vectorielles par EDP," *RFIA Proc.*, 2000.
- [39] D. Tschumperle, R. Deriche, "EDP, Images multivaluées contraintes et applications," *RFIA Proc.*, 2002.
- [40] L. Rudin, "Images, numerical analysis of singularities, and shock filters," Master's thesis, California Institute of Technology, Pasadena, CA, 1987.
- [41] B. Jahne, H. Scharr, S. Korkel, "Feature-oriented image enhancement using shock filters," *SIAM J., Numer. Anal.*, vol. 27, pp. 919–940, 1990.
- [42] L. Alvarez, L. Mazorra, "Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion," *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 31, pp. 590–605, April 1994.

- [43] L. Remaki, M. Cheriet, "Numerical schemes of shock filter models for image enhancement and restoration," *To be published*, 2001.
- [44] R. Nevatia, "A color edge detector and its use in scene segmentation," *IEEE Trans. Systemes Man. Cybernetics*, vol. 7, pp. 820–826, Nov. 1977.
- [45] M. Ruzon. <http://robotics.stanford.edu/~ruzon/>.
- [46] J. Canny, "A computational approach for edge detection," *IEEE Trans. Pattern. Anal. Machine Intell.*, vol. 8, pp. 679–698, 1986.
- [47] C.K. Yang, W.H. Tsai, "Reduction of color space dimensionality by moment preserving thresholding and its application for edge-detection in color images," *Pattern Recognition Letters*, vol. 17, pp. 481–490, Mai 1996.
- [48] P.E. Trahanias, A.N. Venetsanopoulos, "Vector orders statistics operators as color edge detectors," *IEEE Trans. Systemes Man. Cybernetics*, vol. B-26, pp. 135–143, Mai 1996.
- [49] M. Ruzon, C. Tomasi, "Edge, junction, and corner detection using color distributions," *IEEE Trans. Pattern. Anal. Machine Intell.*, vol. 23, pp. 1281–1295, Nov 2001.
- [50] M.T. Orchard, C.A. Bouman, "Color quantization of images," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 39, pp. 2677–2690, Dec. 1991.
- [51] Y. Rubner, C. Tomasi, L.J. Guibas, "A metric for distributions with applications to image databases," *IEEE Int. Conf. on Comp. Vision*, pp. 59–66, Jan 1998.
- [52] R.O. Duda, P.E. Hart, D.G. Stork, *Pattern Classification, second ed.* Wiley-Interscience, 2001.
- [53] E.T. Whittaker, "On a new method of graduation," *Proc. Edinburgh Math. Soc.*, vol. 41, pp. 63–75, 1923.
- [54] I.J. Schoenberg, "Spline functions and the problem of graduation," *Proc. Nat. Acad. Sci.*, vol. 52, pp. 947–950, 1964.

- [55] C.M. Reinsch, "Smoothing by spline functions," *Numerische Mathematik*, vol. 10, pp. 177–183, 1967.
- [56] Larry L. Schumaker, *Spline functions: basic theory*. Wiley-Interscience, 1981.
- [57] P. Craven, G. Wahba, "Smoothing noisy data with spline functions. Estimating the correct degree of smoothing by the method of generalized cross-validation," *Numerische Mathematik, Springer Verlag*, vol. 31, pp. 377–403, 1979.
- [58] B. Shahraray, D. J. Anderson, "Optimal estimation of contour properties by cross-validated regularization," *IEEE Trans. Pattern. Anal. Machine Intell.*, vol. 31, pp. 377–403, 1979.
- [59] D.M. Bates, M.J. Lindstrom, G. Wahba, B.S. Yandel, "GCVPACK - Routines for generalized cross-validation," *Commun. Statist. Simul. Comput.*, vol. 16, pp. 263–297, 1987.
- [60] W.J. Kennedy, J.E. Gentle, *Statistical computing*. New-York: Dekker, 1980.
- [61] P. Green, L. MacDonald, *Colour engineering: achieving device independent colour*. Chichester, England: Wiley, 2002.
- [62] H.R. Schwarz, *Numerical Analysis*. Teubner, 1988.
- [63] B. Jahne, H. Scharr, S. Korkel, "Principles of filter design," *Handbook on Computer Vision and Applic., Signal Processing and Pattern Recognition, Academic Press*, vol. 2, pp. 125–152, 1999.

Annexe I

Espace de couleur CIE-Lab

L'espace de couleur CIE-L*a*b* a été créé par la Commission Internationale de l'Eclairage (CIE) en 1976 pour répondre au besoin d'un espace de couleur homogène et uniforme, et dans lequel la distance euclidienne entre deux couleurs soit proche de ce que l'oeil humain perçoit. L'espace CIE-Lab couvre l'ensemble du spectre visible par l'oeil humain. Il se veut aussi indépendant de toute technologie de reproduction des couleurs, donc de tout périphérique. C'est pourquoi il est adapté au transfert des images d'une technologie à une autre. De plus il comprend toutes les couleurs des modes RVB et CMJN. C'est les raisons pour lesquelles le logiciel Adobe Photoshop® l'utilise pour convertir les images entre deux espaces (RGB à CMY par exemple).

L'espace de couleur CIE-Lab peut se représenter sous la forme d'une sphère pleine (figure I.1), dans laquelle chaque couleur est donnée par 3 valeurs :

- L : luminance en %
- a : variant de -120 (vert) à $+120$ (rouge)
- b : variant de -120 (bleu) à $+120$ (jaune)

Pour plus de détails sur l'espace de couleurs CIE-Lab, et les représentations de la couleur en général, on se référera à ^[61].

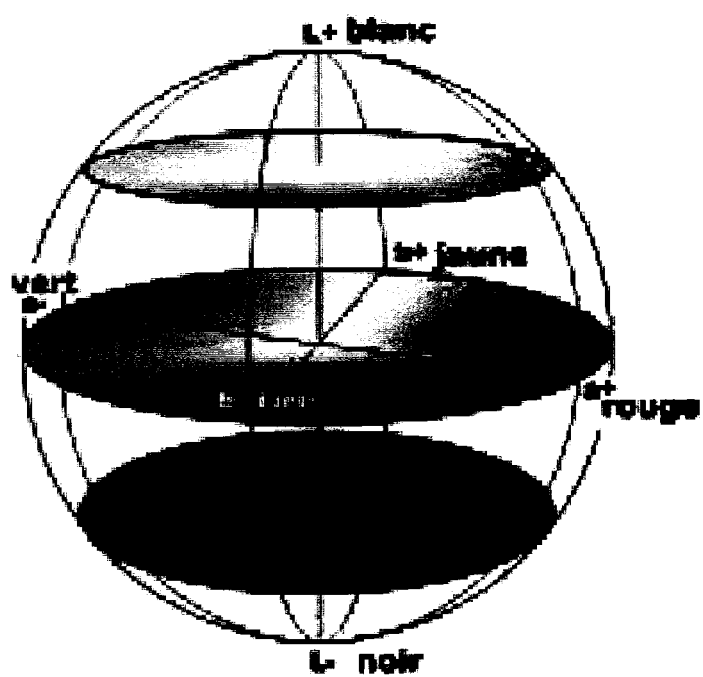


FIG. I.1 – *Espace de couleur CIE-Lab*

Annexe II

Discrétisation d'EDP

Le developpement théorique d'outils à base d'EDP nécessite une grande attention au moment de l'implantation numérique, et donc de la discrétisation. Il existe trois principales approches: explicite, implicite, et semi-implicite. Pour illustrer ces trois approches, nous utiliserons l'exemple de la diffusion de Perona et Malik ^[15] et Catté *et al.* ^[16]:

$$\partial_t u = \operatorname{div}[g(|\nabla u_\sigma|^2)\nabla u] \quad (\text{II.1})$$

avec $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, de la forme:

$$g(s) = \begin{cases} 1 & s \leq 0 \\ 1 - e^{\frac{-K}{(s/\lambda)^4}} & s > 0 \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

et où K est une constante positive. On a noté u_σ la régularisation de u obtenue par convolution avec une Gaussienne \mathcal{N}_σ . Pour plus de simplicité, nous utiliseront le cas 1D de cette diffusion, dans lequel l'équation (II.1) devient:

$$\partial_t u = \partial_x[g(|\partial_x u_\sigma|^2)\partial_x u] \quad (\text{II.3})$$

Dans la discrétisation de (II.3), nous utiliserons les notations suivantes :

h	le pas d'échantillonnage spatial
τ	le pas d'échantillonnage temporel
x_i	$(i = 1, \dots, N)$ la discrétisation de l'axe x
t_k	$t_k := k\tau$
u_i^k	$u(x_i, y_k)$

II.1 Schéma explicite direct

Le schéma explicite est la manière la plus directe et la plus simple de discrétiser une EDP. C'est une discrétisation par différences finies au moyen d'un schéma justement appelé *explicite*, aussi rencontré sous le nom de schéma d'Euler. Pour être stable, ce type de schéma exige des temps d'itérations très faibles. Il en découle une implémentation souvent simple, mais très coûteuse et inefficace en temps de calcul étant donné le nombre très élevé d'itérations nécessaires. Avec les notations définies précédemment, une telle discrétisation de l'équation (II.3) donne:

$$\frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\tau} = \sum_{j \in N(i)} \frac{g_j^k + g_i^k}{2h^2} (u_j^k - u_i^k) \quad (\text{II.4})$$

où $N(i)$ est l'ensemble des deux voisins de chaque pixel (un seul pour les pixels 1 et N), et g_i^k est l'approximation de $g(\|\partial_x u_\sigma\|^2)$. En faisant une approximation du gradient sur le domaine spatial, on peut expliciter ces valeurs pour tous les pixels à deux voisins (et aussi pour les pixels extrêmes en réfléchissant le signal):

$$g_i^k := g \left[\frac{1}{2} \sum_{p, q \in N(i)} \left(\frac{u_p^k - u_q^k}{2h} \right)^2 \right] \quad (\text{II.5})$$

On peut réécrire (II.4) sous forme matriciel:

$$\frac{u^{k+1} - u^k}{\tau} = A(u^k)u^k \quad (\text{II.6})$$

avec $A(u^k) = (a_{ij}(u^k))_{i,j \in [1,N]}$ et

$$a_{ij}(u^k) := \begin{cases} \frac{g_i^k + g_j^k}{2h^2} & j \in N(i) \\ -\sum_{n \in N(i)} \frac{g_i^k + g_n^k}{2h^2} & j = i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

On remarque que A est une matrice tridiagonale. On obtient finalement le schéma itératif suivant :

$$u^{k+1} = [I + \tau A(u^k)]u^k \quad (\text{II.8})$$

Le membre de droite est indépendant de u^{k+1} . Ce schéma est donc directement implémentable et ne nécessite aucune résolution d'équations. C'est la raison pour laquelle un tel schéma est dit explicite. C'est aussi la raison pour laquelle un tel schéma est très simple à implémenter. En conséquence, une itération de (II.8) est elle aussi très peu coûteuse en temps. Une telle itération fait progresser d'un temps τ . Pour autant, toute valeur de τ est-elle permise? Weickert prouve que ce schéma explicite est stable et respectueux de l'espace des échelles sous la condition^[17] :

$$\tau < \frac{1}{\max_i \sum_{j \neq i} a_{ij}(u^k)} \quad (\text{II.9})$$

Comme g est borné par 1, on obtient la condition plus large : $\tau < 1/2$ (avec le cas usuel $h = 1$). En pratique, cette restriction est assez sévère et observée, et on voit alors bien la limite d'un tel schéma explicite.

II.2 Schéma implicite

Dans le cas implicite, (II.6) devient:

$$\frac{u^{k+1} - u^k}{\tau} = A(u^{k+1})u^{k+1} \quad (\text{II.10})$$

ce qui conduit au schéma:

$$[I - \tau A(u^{k+1})]u^{k+1} = u^k \quad (\text{II.11})$$

Ce schéma conduit ainsi à la résolution d'un système **non linéaire** d'équations. Même si de par sa construction il assure implicitement la stabilité, une telle résolution est assez complexe. Nous verrons avec un schéma semi-implicite qu'une telle complexité n'est pas nécessaire pour s'assurer la stabilité.

II.3 Schéma semi-implicite

Dans le cas semi-implicite, (II.6) devient:

$$\frac{u^{k+1} - u^k}{\tau} = A(u^k)u^{k+1} \quad (\text{II.12})$$

ce qui conduit au schéma:

$$[I - \tau A(u^k)]u^{k+1} = u^k \quad (\text{II.13})$$

On voit que ce schéma ne donne pas *explicitement* u^{k+1} en fonction de u^k , il nécessite la résolution d'un système **linéaire** d'équations. C'est pourquoi il est dit semi-implicite. Ici, ce système d'équations est sous forme tridiagonal, donc facilement résoluble, par l'algorithme de Thomas par exemple ^[17](et ^[62] pour plus de détails). Weickert prouve que ce schéma semi-implicite est stable et respectueux

de l'espace des échelles pour tous temps d'itérations τ . Même si ce schéma réclame deux fois plus de calculs pour une seule itération, le choix d'un τ élevé comble cette lacune.

Dans le cas des images, le même type de schéma est mis en oeuvre, sous la forme d'AOS (*additive operator splitting*), qui consistent à découper et résoudre l'image en plusieurs systèmes tridiagonaux. Cette structure additive et parallèle permet non seulement d'envisager des implémentations très efficaces en calcul parallèle, mais assure aussi une parfaite invariance par rotation. La diffusion s'exerce indépendamment du système d'axe choisi. Ce point est une garantie de plus quant au respect des contours de l'image, en fournissant le résultat escompté, quelle que soit l'orientation sur l'image. Pour voir si un filtre est rotationnellement invariant, il suffit de l'appliquer à une image faite de cercles concentriques (voir ^[33] pour ce genre de comparatifs).

II.4 Schéma explicite, variante

Même si dans le cas de la diffusion de Perona et Malik (équation (II.1)), le schéma semi-implicite est très efficace, il devient plus fastidieux et couteux en calcul à mettre en oeuvre dans le cas de diffusion cohérente couleur par exemple. Le cas de la diffusion cohérente scalaire a été abordé par Weickert et montre déjà une complexité accrue ^[32], avec l'utilisation d'AOS-stabilisés. Comme dans notre situation, nous avons développé un filtre traitant d'images couleurs, auquel est venu s'ajouter un filtre de choc à base d'EDP, il nous a fallu abandonné l'idée d'utiliser une implémentation semi-implicite à base d'AOS.

Dans cette section nous présentons le type d'implémentation que nous avons retenu et utilisé, inspiré de ^[33]. Cette référence présente l'utilisation de filtres dérivateurs récemment développés et ayant comme caractéristiques d'avoir une très bonne invariance par rotation ^[63]. Ces filtres sont :

$$F_x = \frac{1}{32} \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -10 & 0 & 10 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad F_y = \frac{1}{32} \begin{pmatrix} 3 & 10 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -3 \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

En plus d'assurer cette invariance, il a été observé aussi que ces filtres, utilisés dans le cadre d'un schéma explicite, stabilisait l'évolution de la diffusion à des temps d'itérations quasi-identiques à ceux observés dans le cas semi-implicite. En terme d'efficacité (coût d'une itération multiplié par le nombre d'itérations nécessaires pour arriver au résultat voulu), un schéma explicite de la diffusion cohérente basé sur les filtres (II.14) arrivait à 90% de l'efficacité du schéma semi-implicite à base d'AOS stabilisés, et 3 fois supérieure à celle d'un schéma explicite standard ^[33]. Ce sont les ordres de grandeurs que nous avons aussi observé en pratique sur les cicatrices.

Cette efficacité, ajoutée à l'invariance par rotation, la facilité de mise en oeuvre de ces filtres, et l'utilisation possible pour tout type de filtres à base d'EDP (et donc des filtres de chocs), nous ont convaincus de les adopter dans le cadre cette maîtrise.

Annexe III

Organisation des modules algorithmiques

Cette annexe présente l'organisation des fonctions telles qu'elles ont été implémentées avec le logiciel de calculs scientifique Matlab. L'ensemble de la méthodologie a été implémentées sous forme de six fonctions Matlab:

$$\mathbf{I}_{f_1} = \text{filtrehomo}(I_o)$$

$$\mathbf{I}_{f_2} = \text{filtreEDP}(If_1, \Delta t, \gamma, \alpha, \theta_{min}, \xi)$$

$$[\mathbf{F}, \mathbf{O}, \mathbf{A}] = \text{compas}(I_{f_2}, \sigma)$$

$$\mathbf{Pix_Cic} = \text{kmoy}(F, O, A)$$

$$[\mathbf{Pix_Cic_Fin}, \mathbf{Coords_Sep}] = \text{histo}(\mathbf{Pix_Cic}, \tau_x, \tau_m)$$

$$[\mathbf{Spline_G}, \mathbf{Spline_D}] = \text{splines}(\mathbf{Pix_Cic_Fin}, \mathbf{Coords_Sep})$$

Avec les fonctions:

filtrehomo	le filtre homomorphique
filtreEDP	le filtre EDP
compas	le détecteur de contours locaux compas
kmoy	l'algorithme de segmentation k-moyenne
histo	l'algorithme d'étude itérative des histogrammes
splines	l'approximation par splines lissées

Cette décomposition suit celle du diagramme de la figure 1.21. Matlab utilise une représentation matricielle des données. Une image en niveaux de gris est une matrice \mathbf{I} de taille $N \times M$, où l'intensité du pixel (i, j) est la valeur $\mathbf{I}(i, j)$. Une image

couleur à trois canaux est une matrice à trois dimensions de taille $N \times M \times 3$. Ainsi, pour une image de taille $N \times M$, nous avons les matrices et différents paramètres des fonctions:

I_o	image originale de taille $N \times M \times 3$
I_{f₁}	image filtrée par filtre homomorphique. Taille: $N \times M \times 3$
I_{f₂}	image filtrée par filtre EDP. Taille: $N \times M \times 3$
$\Delta t, \gamma, \alpha, \theta_{min}, \xi$	paramètres du filtre EDP, voir tableau 3.3
F	Matrice de la force des contours locaux. Taille: $N \times M$
O	Matrice de l'orientation des contours locaux Taille: $N \times M$
A	Matrice de l'asymétrie contours locaux. Taille: $N \times M$
σ	rayon de l'opérateur compas, voir la section 3.3
Pix_Cic	Matrice binaire où les valeurs non nulles représentent les pixels de la cicatrice. Taille: $N \times M$
Pix_Cic_Fin	Équivalente à Pix_Cic, après tudes des histogrammes Taille: $N \times M$
τ_x, τ_m	paramètres de l'algorithme d'étude itérative des histogrammes, voir tableau 3.4.2
Coords_Sep	Matrice des coordonnées (i, j) des régions 3
Spline_G, Spline_D	Splines gauches et droite modélisant chaque côté de la cicatrice. Représentées par des matrices de coordonnées aux abscisses désirées